**Метапредметные результаты**

* Представление о существовании, распространенности и полезности утверждений – предложений, для которых имеет смысл говорить об их истинности.
* Способность к точному пониманию и построению текста, в том числе:
  + описания, включающего свойства и характеристики объекта, числовые и иные;
  + определения понятия;
  + утверждения, в том числе утверждения всеобщности, существования, одновременной выполненности совокупности условий, или выполненности какого-то из них, утверждения о ложности чего-то, существования опровергающего примера к утверждению всеобщности;
  + доказательства, в том числе – разбором случаев, приведением к противоречию, приведением примера, опровергающего примера, и т.д.;
  + инструкции (алгоритма вычисления, организации деятельности), возможно включающей:
    - перебор объектов и вариантов действия;
    - разбиение задачи на подзадачи;
  + стратегии (алгоритма взаимодействия), в том числе – выигрыша.
* Способность к:
  + представлению сложного объекта в виде системы взаимодействующих более простых, об обмене информацией в сложных системах;
  + счету и измерению, визуализации данных, интерпретации данных и их массивов;
  + использованию компьютера, других цифровых устройств и экранного интерфейса для создания, именования, сохранения, передачи, поиска и получения (приема, извлечения из информационных хранилищ) информационных объектов, в том числе – текстов, изображений, гипер-медиа, соблюдая принципы и требования информационной этики, права, безопасности;
  + построению модели, учета ограничений моделирования, соотнесения модели и результатов моделирования с реальностью;
  + построению объекта по описанию.

**Личностные результаты**

* Умение использовать в каждодневной практике логические методы рассуждения, доказательства, убеждения, определения понятий.
* Способность к:
  + взаимодействию с другими людьми в формализованных контекстах;
  + построению формальных моделей человеческого мышления и коммуникации;
  + поиску ошибки в своем рассуждении и алгоритме;
  + рациональному поведению, в том числе – в сложной, неизвестной, неопределенной, непредсказуемой ситуации, а также в игровых ситуациях, где требуется многократный выбор в зависимости от действий других участников и состояния среды;
  + визуализации абстрактных объектов:
    - в виде образов на бумаге или экране;
    - в мире внутренних образов, отражающих существенные черты объектов, в том числе, образов геометрических, пространственных;
  + прикидке:
    - границ и вероятных значений различных величин физической и социальной реальности;
    - степени возможности, вероятности, случайности, зависимости, в том числе – при анализе, предсказании, планировании, принятии решений о собственной деятельности, карьере, жизненном пути;
  + возможности, сложности и реальности вычисления.
* Уверенность в объективном значении и ценности математических утверждений, в общезначимости математических объектов.
* Представление о важности математической деятельности для развития человечества и будущего России.
* Усвоение принципов информационной этики и безопасности, законодательных норм, и следование им.
* Понимание того, что:
  + математические и формальные методы моделирования и познания мира ограниченны,
  + возможно построение математики как аксиоматической теория, и в ней всегда будут недоказуемые и неопровержимые утверждения (Гильберт и Гёдель);
  + всякое вычисление может осуществляться одной и той же простой машиной с разнообразными программами (тезис Чёрча и универсальная вычислимость), и что именно так работают современные компьютеры;
  + существуют алгоритмически неразрешимые проблемы;
  + сложностью объекта может считаться минимальный объем его описания (Колмогоров);
  + гипотезой номер один современной математики является невозможность действовать быстрее, чем перебором, во многих естественных задачах, понимание, что это делает многие задачи «практически» нерешаемыми.
* Эстетическое восприятие математических построений и результатов.
* Уважение к математической деятельности и интеллектуальному труду вообще.
* Осознание интеллектуального величия математических достижений и драматизма пути их достижения.

**Требования к результатам освоения программы по классам**

**5-6 класс**

В математическую компетентность выпускника 6-го класса входят все элементы математической компетентности выпускника начальной школы, расширенные за пределы наглядности, а также – за счет перехода от целых чисел к рациональным: обыкновенным и десятичным дробям, возможность использовать имена (переменные) в алгебраических выражениях, решение уравнений.

**При поступлении в 5-ый класс учащийся уже умеет:**

• использовать соответствие между именем и значением;

• различать истинные и ложные утверждения; устанавливать истинность утверждения в различных ситуациях, в частности, при различных значениях входящих в него имен; понимать смысл словосочетаний «для всех», «существует» в применении к утверждениям и к объектам;

• строить какой-нибудь объект, соответствующий данному описанию; строить множество всех таких объектов;

• строить математические рассуждения: цепочки шагов в доказательстве, разбирать случаи, приводить контрпример к общему утверждению;

• строить древесные классификации;

• строить и применять алгоритм систематического перебора вариантов, в том числе с использованием дерева перебора.

*Примеры*: задача о поиске двух одинаковых объектов в совокупности (представленной графически), задача о рюкзаке (с реальными пластинами целых длин), задача о поиске кратчайшего пути в графе (сети дорог);

• строить совокупности всех объектов, удовлетворяющих условию, определять количество элементов совокупности;

• строить, исходя из «нужного и возможного», и применять линейный алгоритм последовательного нахождения неизвестных величин (присваивания содержательным именам значений) по реальной ситуации или ее описанию в задаче.

*Примеры*: «арифметическое» решение задачи «по вопросам» с последовательностью арифметических действий и присваиваний;

• выполнять и строить в стандартных обозначениях алгоритмы и программы, использующие ветвление и повторение, в том числе в структурном экранном редакторе.

*Примеры*: алгоритмы для робота в лабиринте;

• играть в игру с полной информацией, действовать по заданной стратегии, строить дерево игры, стратегию выигрыша.

*Примеры*: игра «Ним» (есть несколько куч камешков, игроки по очереди берут камешки, на количество берущихся за один ход камешков наложено ограничение);

• формулировать законы арифметики (переместительный и сочетательный, распределительный) и использовать их при вычислениях; уметь наглядно иллюстрировать справедливость этих законов;

• оперировать со словами и словосочетаниями: числовыми (до миллиарда) и логическими (“каждый”, “существует”, “рассмотрим случай”, “выполнено одновременно”, “не”, «отсюда следует», «проверим» и т. п.), наименованиями базовых объектов, их частей, операций над ними и отношений между ними, словами, относящимися к измерениям, распознавать и называть многоугольники с различным числом сторон, прямоугольники, квадраты, круги;

• выполнять операции с совокупностями, цепочками, одномерными и двухмерными таблицами, в том числе складывать совокупности, строить объединение (максимум), пересечение (минимум) совокупностей, строить таблицу по совокупности, совокупность по таблице; находить следующий

элемент цепочки и т. п.;

• пересчитывать предметы (выписывать соответствующее десятичное число) в количестве до десяти тысяч;

• устанавливать соответствие между (десятичными) числами и их изображениями на числовой прямой, площадями полосок;

• заполнять одномерную и двумерную таблицу данными.

*Пример*: строить таблицы сложения и умножения (чисел от 0 до 9);

• отыскивать в таблице аргументы по заданному значению функции от одного аргумента, и второму аргументу в случае функции двух аргументов.

*Пример*: отыскивать результат вычитания или деления в таблицах сложения и умножения;

• устанавливать соответствие между парами чисел (одномерными таблицами длины 2) и точками на плоскости, между множествами пар и множествами точек;

• выполнять арифметические действия с десятичными числами в уме (для умножения и деления ― двухзначных чисел на однозначные, для сложения и вычитания ― двухзначных чисел), используя алгоритмы вычисления «в столбик» (для умножения и деления ― на однозначное число), калькулятор; формулировать алгоритмы и демонстрировать соответствие вычислений в пределах сотни наглядному представлению;

• выполнять сравнение (десятичных целых) чисел, использовать транзитивность отношений «больше» и «меньше», формулировать алгоритм и демонстрировать его соответствие в пределах сотни наглядному представлению;

• сравнивать отрезки по длине;

• измерять длины отрезков; определять длину ломаной, периметр многоугольника, периметр прямоугольника по двум его сторонам;

• считывать показания цифровых приборов;

• оперировать с температурой, иметь представление о положительных и отрицательных температурах;

• оперировать со временем, с разбиением года, суток, часа, минуты, выполнять действия прибавления и вычитания интервалов времени; считывать показания аналоговых часов;

• оперировать с весом, с разбиением тонны на килограммы, килограмма на граммы;

• оперировать с мерами длины: километр, метр, сантиметр, миллиметр, и соответствующими мерами площади, с гектаром, аром (“соткой”), объема и вместимости: кубический метр, кубический дециметр (литр), кубический сантиметр;

• строить одномерные числовые таблицы и их представления столбчатыми диаграммами (дискретными графиками) от руки на бумаге, вводя данные в компьютер, представляя уже имеющиеся в компьютере данные, загружая в компьютер данные, автоматически собранные цифровыми датчиками; упорядочивать данные, находить наибольшее и наименьшее

значение, строить гистограммы, диаграммы пошагового изменения.

*Примеры*: данные учеников класса: дни, недели, месяцы, годы рождения, рост, вес, любимые занятия; погода в течение дня и по дням;

• строить планы местности (класса, школьного этажа, участка), используя измерения, спутниковое позиционирование, нанося на них дополнительные данные;

• находить площади многоугольников с целочисленными вершинами, основываясь на площадях более простых фигур (прямоугольников и прямоугольных треугольников);

• составлять заданную геометрическую фигуру, используя данную совокупность фрагментов.

Примеры: танграм, кубики Никитина;

• вычислять объем прямоугольного параллелепипеда;

• сопоставлять трехмерный объект с возможной системой проекций;

• использовать компьютер и экранный интерфейс для создания, именования, сохранения, передачи, поиска и получения (приема, извлечения из информационных хранилищ) информационных объектов, в том числе – текстов, изображений, гипер-медиа, соблюдая принципы и требовния информационной этики, права, безопасности.

*Перечисленные элементы математической компетентности выпускника начальной школы формируются и применяются, прежде всего, в визуальном, наглядном контексте. Одной из задач последующего образования является их перенос в более общий контекст: не наглядный, и, там, где это полезно – не математический.*

**К завершению 6-го класса выпускник дополнительно (по сравнению с выпускником 4-го класса) научится:**

• выполнять арифметические действия с десятичными числами в уме (сложение и вычитание трехзначных чисел, умножение и деление ― двухзначных чисел на однозначные), используя алгоритмы вычисления «в столбик» (для деления ― на двухзначное число, для умножения ―

четырехзначных чисел);

• использовать натуральные показатели степени и операции над показателями степеней с одним основанием, соответствующие умножению, делению и возведению в степень;

• находить совокупность простых множителей натурального числа (разлагать число на простые множители), находить произведение, НОД и НОК чисел, оперируя совокупностями простых множителей; знать признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, знать числа, кратные 11 и 7 в пределах ста, и использовать эти знания при разложении натурального числа на простые

множители;

• выполнять операции над рациональными числами (в форме обыкновенных и десятичных дробей), приводить обыкновенную дробь к стандартному виду (целое с правильной несократимой дробью); пользоваться процентами и пропорциями;

• использовать запись числа в десятичном виде с множителем – степенью 10 для выражения размеров объектов, длительности процессов в реальном мире, переходить к обычной записи, сравнивать числа, записанные в таком виде;

• находить приближения десятичных чисел с требуемым числом разрядов до или после запятой, с недостатком или избытком;

• подставлять одно математическое выражение (в частности, число) вместо переменного имени в другое выражение; частности, вычислять значение выражения при заданных числовых значениях входящих в него переменных. Устанавливать отсутствие значения, если в ходе вычисления

знаменатель выражения оказывается равен нулю;

• использовать оценки (интервалы для значений величин) в реальных измерениях и вычислениях;

• проверять истинность равенств и неравенств при заданных значениях переменных;

• тождественно преобразовывать математические выражения, учитывая скобки и приоритеты арифметических операций, пользуясь законами арифметики, пользоваться сохранением значения выражения при любых значениях переменных;

• решать уравнения с одним неизвестным: находить их область истинности, изображать решение уравнения на числовой прямой.

*Пример*: решать линейные уравнения с одним неизвестным;

• выражать переменную из равенства.

*Пример*: Выражать переменную из равенства, линейного относительно нее;

• преобразовывать неравенства (“больше”, “меньше”) математических выражений, сохраняя их истинность при любых значениях переменных, пользуясь законами арифметики, свойствами равенства и неравенства;

• решать неравенства с одним неизвестным – находить их область истинности, изображать решение неравенства на числовой прямой.

*Пример*: решать линейные неравенства с одним неизвестным;

• упорядочивать и группировать данные вручную и с помощью компьютера, используя среду динамических таблиц. Находить наибольшее, наименьшее, сумму, среднее ряда чисел;

**моделировать**:

• исходя из предложенных физических закономерностей, выражать одни переменные через другие, находить значение неизвестной переменной, если заданы значения других переменных.

*Примеры*, законы (предлагаемые учащемуся до их изучения в курсе физики):

• равномерного прямолинейного движения;

• упругой деформации;

• изменения потенциальной энергии;

• работы постоянной силы;

• переходить от реальных ситуаций и процессов к их словесному описанию;

• переходить от словесного описания к графическому, числовому и формульному и обратно;

**используя**:

• формульные описания;

• словесные описания;

• совокупности, цепочки, деревья, числа, таблицы, геометрические объекты и операции над ними; их графические представления;

• в том числе решать задачи, где используется:

• суммирование изменения со временем,

• суммирование однонаправленных и противонаправленных эффектов двух процессов,

• представление натурального числа в виде суммы кратных двух или трех заданных чисел,

• нахождение наибольшего числа, кратного заданному и не превосходящего другое данное (пример: “найти наибольшее количество заданных предметов, которое можно купить в пределах заданной суммы”); нахождение наименьшего кратного данного числа, не меньшего другого данного (пример: “найти наименьшее количество заданных транспортных средств, достаточное для перевозки заданного груза”);

• математические описания в форме диаграмм, представляющих количества площадями и длинами, множества однородных величин областями на целочисленной прямой и на целочисленной плоскости;

**получая результаты** в виде числовых и иных объектов, утверждений, экранных объектов, ситуаций, процессов;

**интерпретируя** результаты моделирования.

**К завершению 6-го класса выпускник имеет возможность научиться:**

• использовать приемы, рационализирующие деятельность, выбирая подходящий для ситуации способ решения задачи.

*Примеры*: выбор правильного порядка вычисления, использование формул

сокращенного умножения; • использовать приемы, помогающие повысить надежность, обнаружить ошибку в рассуждениях и вычислениях; выполнять прикидку при преобразовании выражений, решении уравнений и неравенств.

• Использовать для прикидки приближенные значения чисел в исходном данном и промежуточных результатах вычислений, соображения геометрической и физической реализуемости;

• распознавать квадраты натуральных чисел, меньших 20;

• умножать в уме двухзначные числа, делить трехзначные числа на однозначные;

• осознавать трудности, возникавшие на пути развития арифметики и алгебраических обозначений.

**7-8 класс**

В математическую компетентность после 8 класса входят все приведенные выше элементы математической компетентности после 6 класса.

**К завершению 8-го класса выпускник дополнительно (по сравнению с выпускником 6-го класса) научится:**

• представлять себе действительные числа, как бесконечные десятичные дроби; сравнивать действительные числа по величине; вычислять десятичные дроби, в интервале требуемой длины между которыми находится рациональное число (используя деление “в столбик”), выписывать предпериод и период получающейся периодической десятичной дроби;

• [строить и применять алгоритм Евклида поиска общей меры двух отрезков и НОД]М,МИ, [строить программу для алгоритма Евклида] МИ;

• использовать операцию и обозначение для извлечения квадратного корня;

сравнивать по величине квадратный корень из рационального числа с рациональным числом; [уметь доказывать иррациональность числа √2 и несоизмеримость стороны квадрата и его диагонали]М,МИ; приближенно вычислять квадратные корни с помощью калькулятора; [строить алгоритм для вычисления квадратного корня с высокой точностью]МИ,М [и программу для него]МИ;

• использовать экспоненциальное обозначение и вычислять значения степеней с целыми показателями; [строить алгоритм для быстрого вычисления степени, базируясь на умножении] МИ, М [и программу для него]МИ;

• [строить алгоритмы для перевода из двоичной записи в десятичную и обратно; для операций сравнения по величине и сложения целых чисел, представленных как цепочки записями в десятичной и в двоичной системах счисления,]МИ,М [и программы для этих алгоритмов]МИ;

• знать формулы сокращенного умножения для квадрата суммы и разности, разности квадратов, [использовать их, формулы для куба суммы и разности, суммы и разности кубов, и законы арифметики для рационализации арифметических и алгебраических преобразований]М, МФ;

• знать определение стандартного вида многочлена от одной переменной; приводить многочлен к стандартному виду; знать определение корня многочлена; [для схемы Горнера деления многочленов описывать и применять алгоритм, строить программу]М, МФ, МИ;

• находить корни многочлена второй степени или устанавливать, что их нет; строить алгоритм и программу нахождение всех корней заданного квадратного уравнения;

• решать рациональные уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, [в том числе, используя разложение на множители, замену переменных]М, МФ;

• разлагать многочлен на множители, в том числе – [вручную]М и в системах компьютерной алгебры; разлагать на множители многочлен второй степени от одной переменной, используя формулу корней [или выделяя полный квадрат]М;

• находить значение функции по заданному значению аргумента;

*Пример*: функции нескольких переменных, кусочно-заданные алгебраическими выражениями, в частности, *y = |x|и y = 𝑘/𝑥, , z = (ax +by)(cx + dy), k,a,b,c,d* - рациональные числа, [функции, в задании которых участвуют арифметические операции и модуль]М, МФ; строить одномерную таблицу значений функции одной переменной при заданном конечном наборе значений переменной;

• находить область определения функции одной переменной, отмечать ее на числовой прямой;

*Пример*: для функций, заданных алгебраическими выражениями, отбрасывать корни знаменателей;

• строить график функции одной переменной, осуществлять трансформации графика, соответствующие модификациям функции (добавлению константы к аргументу и значению функции, [умножения аргумента и значения функции на число]М, МФ), в том числе:

• с помощью компьютера или графического калькулятора,

• без компьютера: линейных и квадратичных функций;

функций: *y = |x| и y = 𝑘/𝑥*, [кусочно-заданной алгебраическим выражением]М, МФ, МЭ;

• указывать на графике нули, точки минимума и максимума, [промежутки монотонности]М, МФ, МЭ.

• [строить программу для построения графическим исполнителем наброска графика функции, с использованием процедуры, дающей значение функции по ее аргументу]МИ.

• строить набросок графика алгебраической функции, (пример: отношение двух функций одна из которых – линейная, другая - квадратичная); [получающихся в результате умножения и деления нескольких линейных функций]М, МФ, находить область определения, множество значений,

нули, промежутки знакопостоянства; Решать соответствующие алгебраические неравенства «методом интервалов»;

• программировать заполнение числового массива в соответствии с формулой или путем ввода чисел, [считывания данных датчика] МФ, МИ; [сортировку массива, выполнение поэлементных операций с массивами] МИ;

• с помощью компьютера строить график измерений, проводимых цифровым датчиком и интерполировать результаты измерений; [знать определение и уметь вычислять квадратичное отклонение в серии измерений; сопоставлять результаты измерения с теоретическим предсказанием]МФ,М.

• давать качественное словесное описание процесса по графику значения параметра, как функции времени. Обеспечивать движение тела в пространстве так, чтобы график перемещения был близок к заданному;

• [выполнять оценку значения алгебраического выражения, если известны оценки (интервалы) для значений входящих в него переменных] М,МФ,МЭ;

• программировать нахождение суммы элементов данной цепочки или одномерного массива чисел, минимального и максимального числа из двух, трех, четырех данных чисел; минимального (максимального) элемента массива;

• анализировать данные, собираемые вручную, имеющиеся в компьютере или получаемые в результате цифровых измерений; вести анализ вручную, [с применением программ статистической обработки, с использованием динамических таблиц или процедурного программирования, используя обработку таблиц (массивов)]МИ. [программировать динамическую таблицу для нахождения частот отдельных значений последовательности]М, МЭ;

• представлять данные в виде таблиц и диаграмм распределения частот, находить среднее значение, объем, размах, моду, медиану ряда данных]МИ, МЭ. Извлекать количественную и качественную информацию о данных из таблиц, диаграмм и графиков;

• оперировать с комбинаторными конструкциями: построение объекта последовательным выбором, дерево выборов, подсчет количества построенных объектов, сумма (альтернативный выбор) и произведение (последовательный независимый выбор) при подсчете количества

объектов, перестановки, сочетания; знать определение и обозначение для функции факториал; [строить программы создания комбинаторных объектов] МИ, М; программы кодирования и декодирования [в том числе – с исправлением ошибки]М, МИ;

• проводить экспериментальное наблюдение частот случайных событий (бросание кубика, случайности в явлениях окружающего мира), наблюдать статистическую устойчивость; [пользоваться генератором псевдослучайных чисел]М, МЭ, МИ; находить вероятности событий,

получающихся как комбинации равновероятных;

• приводить различные примеры достоверных, невозможных, случайных и несовместных событий, распознавать их в конкретных ситуациях; формулировать конкретных ситуациях, в чем состоит событие, противоположное данному; сумма и произведение двух случайных

событий; использовать теоремы о вероятности суммы несовместных событий, вероятности противоположного события;

• определять на геометрическом чертеже прямые, точки, отрезки, углы, треугольники, в том числе по именам, имеющимся на чертеже; строить геометрический чертеж, присваивать имена объектам на чертеже (вручную и в среде динамической геометрии);

• применять неравенство треугольника, утверждение о кратчайшей линии, соединяющей две точки;

• сравнивать углы, измерять углы транспортиром, в среде динамической геометрии; знать и применять свойства вертикальных и смежных углов;

• применять признаки равенства треугольников;

• применять определение параллельности, аксиому о параллельности, признаки и свойства параллельных прямых;

• применять теорему о сумме углов треугольника, теорему о внешнем угле треугольника;

• применять определения параллелограмма, трапеции, ромба, прямоугольника, квадрата; их признаки и свойства;

• применять определение прямого угла, высоты треугольника и параллелограмма;

• доказывать (с использованием формулы площади прямоугольника) и применять формулы площади параллелограмма, треугольника, трапеции;

• применять утверждение о пропорциональности отрезков, высекаемых параллельными прямыми на двух прямых: (обобщенную) теорему Фалеса;

• применять определение подобных многоугольников, свойство равенства соответствующих углов, понятие коэффициента подобия и свойство отношения площадей подобных треугольников, выявлять и использовать подобие геометрических фигур;

• доказывать и применять теорему Пифагора; использовать тригонометрические функции угла, меньше развернутого; доказывать и применять теорему косинусов;

• использовать понятие вектора на плоскости, изображать векторы, откладывать вектор от точки («приложение к точке»); использовать свойства линейных операций над векторами и скалярного произведения векторов, длины вектора, их выражения в координатах;

• доказывать геометрические утверждения при решении задач на доказательство, вычисление, построение, используя аксиомы и ранее доказанные теоремы; проверять возникающие гипотезы в среде

динамической геометрии. [при углубленном изучении исследовать геометрические конфигурации с большим числом элементов, требующие большего числа дополнительных построений, большего количества применений ранее известных фактов, рассмотрения большего количества гипотетически возможных конфигураций, доказательства от противного]М;

• выполнять [и создавать]М, МИ алгоритмы геометрических построений циркулем и линейкой, в том числе – в среде динамической геометрии.

Решать задачи на построение: проведение перпендикуляра к прямой, деление отрезка пополам и на несколько равных частей, проведение через данную точку прямой параллельной данной, построение треугольника по его элементам.

• решать задачи, описывающие реальную или гипотетическую ситуацию, предполагающие:

• анализ процесса с линейным или квадратичным законом изменения;

• анализ совместной, со-направленной или противо-направленной деятельности;

• анализ геометрической конфигурации, в том числе ― описывающей ход лучей в оптических системах;

• [сложение и разложение векторов по осям при решении задач статики и динамики, в том числе при анализе движения тела по наклонной плоскости, движения тела, брошенного под углом к горизонту, равномерного движения тела по окружности]МФ;

• оптимизацию расходов, варианты которых задаются кусочно-линейными функциями от исходного параметра, используя графическую иллюстрацию, там, где это полезно, вводя

переменные для обозначения неизвестных величин, с последующим решением линейных или квадратных уравнений с одним неизвестным.

**К завершению 8-го класса выпускник имеет возможность научиться:**

• конструировать геометрические объекты, используя бумагу, пластилин, проволоку и др.;

• наглядно представлять пространственные фигуры: куб, параллелепипед, призму, пирамиду, шар, сферу, конус, цилиндр;

• изображать пространственные фигуры и примеры сечений в них;

• распознавать и называть многогранники, в том числе – все правильные;

• строить примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса, определять вид простейших сечений пространственных фигур (тел), получаемых путем предметного или компьютерного моделирования;

• приводить примеры геометрических преобразований, строить образы геометрических фигур при заданных преобразованиях, конструировать орнаменты и паркеты, изображая их от руки, с помощью инструментов, а также используя компьютер.

**9 класс**

Основными элементами компетентности к концу 9 класса являются умение строить графики тригонометрических функций, освоение понятия касательной, строить кривые и фигуры, заданные уравнениями и неравенствами на плоскости, использовать свойства окружности, вписанных и описанных многоугольников.

**По завершении 9 класса учащийся может:**

• пользоваться определениями и обозначениями тригонометрических функций произвольного действительного числа, понимать их периодичность и уметь строить их графики, в том числе в системах компьютерной алгебры, а также измеряя величины вручную и в динамической геометрии, знать примеры физических процессов, с синусоидальным законом изменения;

• [экспериментально, в том числе с помощью компьютера, приближенно отыскивать касательную, как прямую, возможно более близкую к кривой, и приближенное значение скорости изменения (производной) для различных процессов. С помощью компьютера получать графическое и формульное представление скорости изменения для элементарных функций]М, МФ, МЭ;

• [строить наброски графиков производной для квадратичных, кубических функций, синуса и косинуса. Строить графики производных элементарных функций в системах компьютерной алгебры]М, МФ;

• [представлять себе изменение величины, как площадь под графиком скорости изменения, использовать ручные вычисления для нахождения изменения в процессах с постоянным ускорением и системы компьютерной алгебры в других случаях]М, МФ, МЭ;

• применять определение касательной к окружности и доказывать перпендикулярность касательной и радиуса, проведенного в точку касания; [проверять вручную и с помощью компьютера, что касательная наиболее близка к окружности]М, МФ, МИ;

• [экспериментально, в виртуальной лаборатории, находить вектор скорости и ускорения для тела, движущегося по окружности]МФ;

• находить множество решений системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными;

• наглядно представлять на плоскости множества решений линейных уравнений и неравенств с двумя неизвестными;

• приводить примеры уравнений окружности, прямой, параболы, гиперболы;

• [решать уравнения с модулем; применять при решении систем уравнений различные методы, включая замену переменных, интерпретировать и оценивать результат]М;

• использовать различные способы задания числовой последовательности как функции натурального аргумента: формулой общего члена, графиком, таблицей, моделировать реальные ситуации с помощью последовательностей;

• применять определения арифметической и геометрической прогрессий как последовательностей; доказывать формулы для суммы первых членов прогрессий. Использовать формулы общего члена и [суммы подряд идущих членов арифметической и геометрической прогрессий]М, МЭ, МИ, производить расчеты простых и сложных процентов. [Знать формулу для

бесконечной геометрической прогрессии; уметь использовать эту формулу для перехода от бесконечной периодической десятичной дроби к равному ей рациональному числу; понимать природу возможности записи конечной десятичной дроби в виде бесконечной, где начиная с какого-то мера идут одни девятки]М, МФ, МИ, МЭ;

• применять определения вписанного угла, окружности, вписанной в многоугольник и описанной около многоугольника; теорему о центре вписанной в треугольник окружности;

• доказывать и применять теоремы:

• о связи между величинами вписанного и центрального углов;

• синусов;

• [о длине касательной и секущей]М;

• [об углах, о сторонах и диагоналях вписанного четырехугольника, о сторонах описанного четырехугольника]М;

• знать и использовать формулы длины окружности и площади круга, знать целую часть и по крайней мере два первых знака после запятой приближения числа π.

**К завершению 9-го класса выпускник имел возможность научиться:**

• содержательным неформальным представлениям, относящимся к понятию предела;

• преобразовывать периодическую десятичную дробь в обыкновенную;

• проводить натурные и компьютерные эксперименты по нахождению длины окружности и площади круга с применением идеи геометрического приближения многоугольника к окружности и геометрической вероятности.