

СУПЕРТРЕНИНГ

**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКЗАМЕН**



**Л. Д. ЛАППО
М. А. ПОПОВ**

2017

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ



ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

- Структура экзаменационной работы
- Тематические блоки заданий
- Контрольные тестовые задания

ЕГЭ

СУПЕРТРЕНИНГ

Л. Д. Лаппо, М. А. Попов

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ
ЗАДАНИЯ

Структура экзаменационной работы

Тематические блоки заданий

Контрольные тестовые задания

*Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА, 2017*

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Л24

- Лаппо Л. Д.**
- Л24 ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Тематические тренировочные задания / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. — М. : Издательство «Экзамен», 2017. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Супертренинг»)
- ISBN 978-5-377-11125-2

Предлагаемое пособие содержит задания, максимально приближенные к реальным экзаменационным заданиям, но распределенные по тематическим блокам; это дает возможность поэтапно отработать ту или иную тему, выявить пробелы и устранить их, обобщить и систематизировать изученное.

В сборнике даны ответы ко всем заданиям. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие предназначено учителям для подготовки учащихся к экзамену по математике, а учащимся старшеклассникам и выпускникам — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 60x90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 3,33. Усл. печ. л. 7. Тираж 10 000 экз. Заказ № 2246/16.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ	5
Задания части 1	5
Задание 1	5
Задание 2	6
Задание 3	12
Задание 4	16
Задание 5	17
Задание 6	18
Задание 7	21
Задание 8	25
Задания части 2	26
Задание 9	26
Задание 10	27
Задание 11	30
Задание 12	31
Задание 13	32
Задание 14	34
Задание 15	35
Задание 16	36
Задание 17	37
Задание 18	39
Задание 19	40
КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ	41
Инструкция по выполнению работы	41
Вариант 1	42
Вариант 2	47
Ответы к тренировочным заданиям	52
Ответы к контрольным тестовым заданиям	55

Уважаемые учителя!

Скоро ваши ученики будут сдавать Единый государственный экзамен по математике, и для того, чтобы они его сдали успешно, нужно заранее к нему подготовиться.

Поможет им в этом наше пособие «Супертренинг».

Задания в нем максимально приближены к реальным экзаменационным заданиям 2016 года, но распределены по тематическим блокам; это дает возможность поэтапно отработать ту или иную тему, выявить пробелы и устранить их, обобщить и систематизировать изученное.

Кроме того, в пособии представлены общие сведения о Едином государственном экзамене (структура экзаменационной работы, что должен уметь выпускник средней школы, как оценивается работа) и два варианта контрольного теста с бланками ответов и инструкцией по их заполнению. Все это дает возможность лучше подготовиться к предстоящему испытанию.

Желаем вам успехов!

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задания части 1

Задание 1

Задание 1 проверяет умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

1. Пакет сока стоит 48 рублей 50 копеек. Сколько пакетов сока можно купить на 540 рублей?
2. Шариковая ручка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число ручек можно будет купить на 400 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?
3. Цена на набор посуды была понижена на 22% и составила 1716 рублей. Сколько рублей стоил набор посуды до понижения цены?
4. В городе N 140 000 жителей. Среди них 18% детей и подростков (младше 18 лет). Среди взрослых 40% ходили на выборы мэра города N. Сколько человек ходили на выборы мэра?
5. Таксист за месяц проехал 2300 км. Цена бензина 37 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
6. В летнем лагере 177 детей и 14 воспитателей. В автобус помещается не более 34 пассажиров. Сколько автобусов потребуется, чтобы перевезти всех детей и воспитателей из лагеря в город?
7. Килограмм апельсинов стоит 70 рублей. Андрей купил 1 кг 600 г апельсинов. Сколько рублей сдачи он должен получить с 200 рублей?
8. Лыжник проехал 5 километров за 24 минуты. Найдите среднюю скорость лыжника на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.
9. Для приготовления клубничного варенья на 1 кг клубники нужно 1,2 кг сахара. Сколько 500-граммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 31 кг клубники?
10. В доме, в котором живет Максим, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Максим живет в квартире № 177. В каком подъезде живет Максим?

■ 1.1

■ 1.2

■ 1.3

■ 1.4

■ 1.5

■ 1.6

■ 1.7

■ 1.8

■ 1.9

■ 1.10

1.11 ■

- 11.** Число сдающих ЕГЭ по математике базового уровня за последний год увеличилось втрое. На сколько процентов увеличилось число сдающих ЕГЭ по математике базового уровня за последний год?

1.12 ■

- 12.** В одной пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1600 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги требуется купить в офис на 3 недели?

1.13 ■

- 13.** Брюки стоили 2400 рублей. В ходе сезонной распродажи эти брюки стали стоить 1800 рублей. На сколько процентов была снижена цена на брюки?

1.14 ■

- 14.** Поезд Москва — Санкт-Петербург отправляется в 22:35, а прибывает в 06:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

1.15 ■

- 15.** В летнем лагере на каждого ребенка полагается 40 г сахара в день. В лагере 120 детей. Какое наименьшее число килограммовых пачек сахара достаточно для всех детей на неделю?

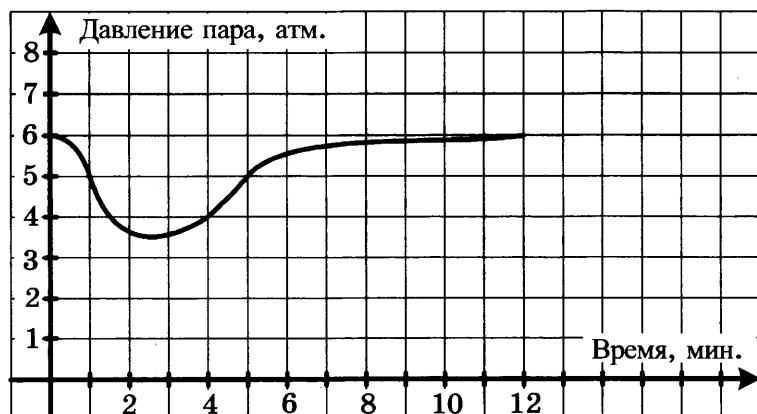
Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 2

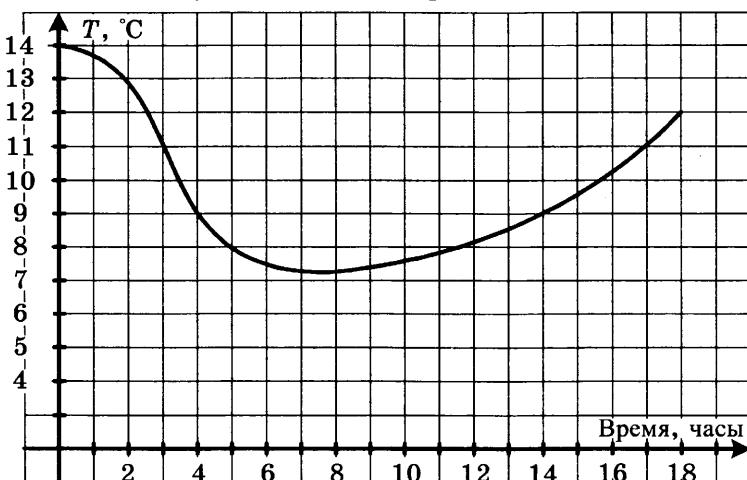
**Задание 2 проверяет умение использовать
приобретенные знания и умения в практической
деятельности и повседневной жизни**

2.1 ■

- 1.** На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут давление было меньше 5 атмосфер.

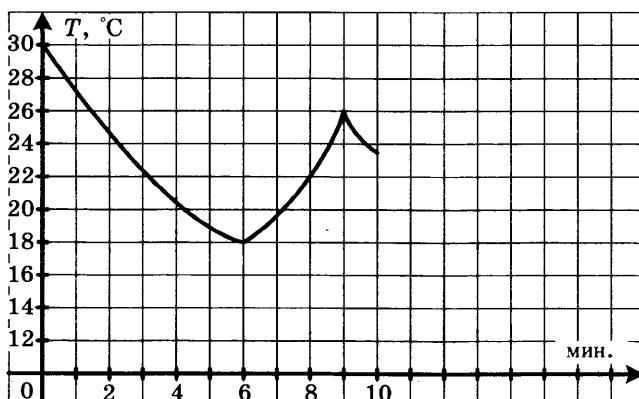


2. На рисунке показан график изменения температуры воздуха. Сколько часов температура была ниже 9 градусов?



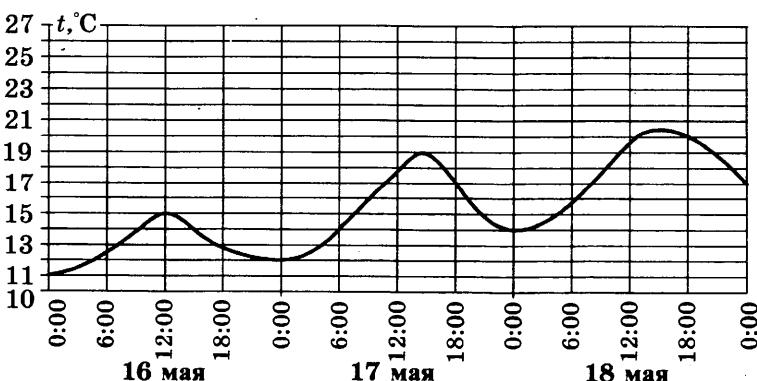
■ 2.2

3. На графике показано изменение температуры в классе после включения кондиционера. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Когда температура достигает определенного значения, кондиционер автоматически выключается и температура начинает расти. По графику определите, сколько минут работал кондиционер до первого выключения.



■ 2.3

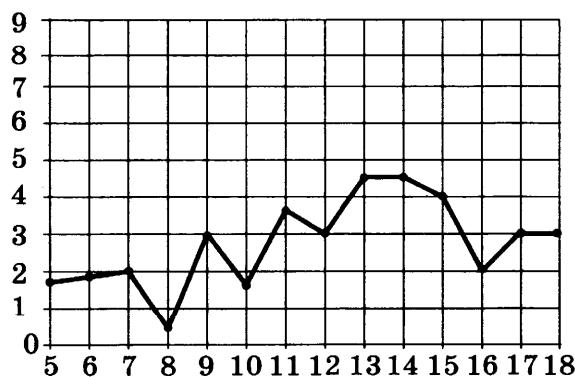
4. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 17 мая. Ответ дайте в градусах Цельсия.



■ 2.4

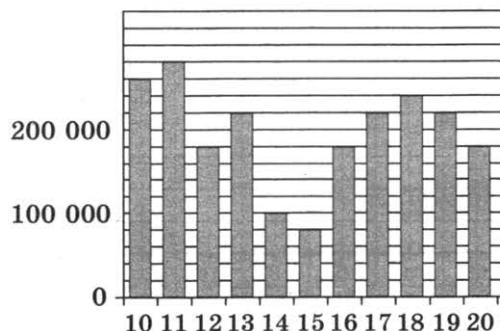
2.5 ■

5. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Москве с 5 до 18 марта 2016 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 3 миллиметра осадков.



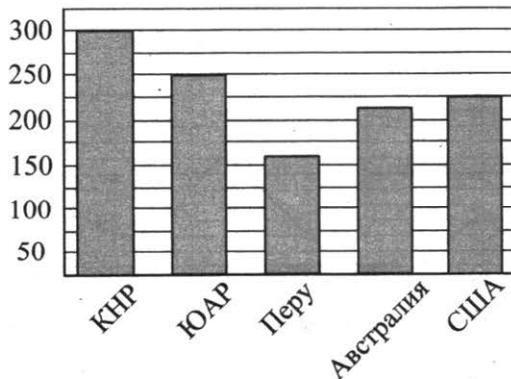
2.6 ■

6. На диаграмме показано количество посетителей сайта по подготовке к ЕГЭ во все дни с 10 по 20 сентября 2015 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта по подготовке к ЕГЭ за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей данного сайта за день больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



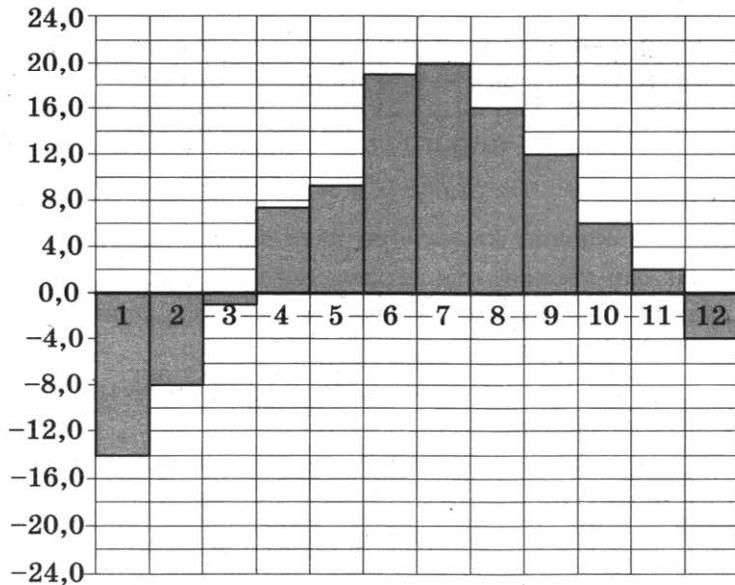
2.7 ■

7. На диаграмме показано распределение добычи золота в 5 странах мира (в тысячах тонн) за 2015 год. Какое место занимала Австралия среди этих стран?



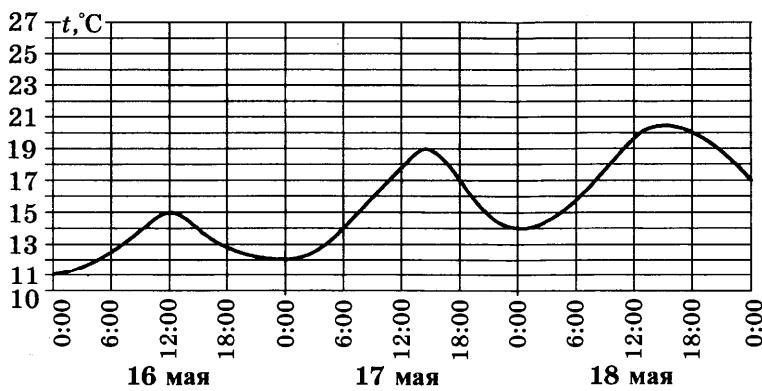
- 8.** На диаграмме показана среднемесячная температура в Санкт-Петербурге за все месяцы 2015 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 15 градусов Цельсия.

■ 2.8



- 9.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разницу между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 17 мая. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ 2.9

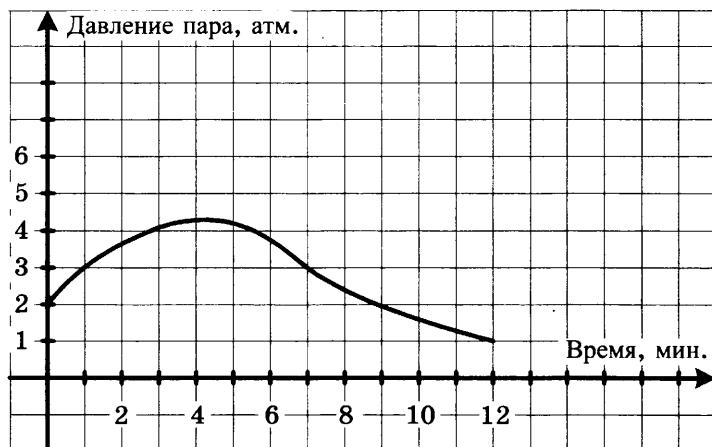


- 10.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Москве с 5 до 18 марта 2016 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из указанного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.

■ 2.10

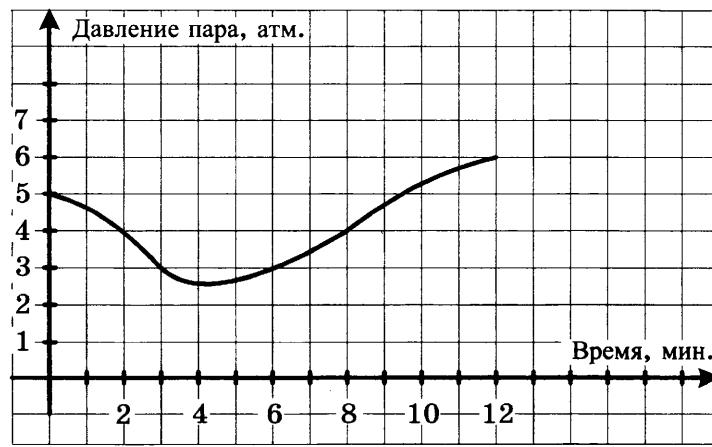
2.11 ■

11. На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут давление было больше 3 атмосфер.



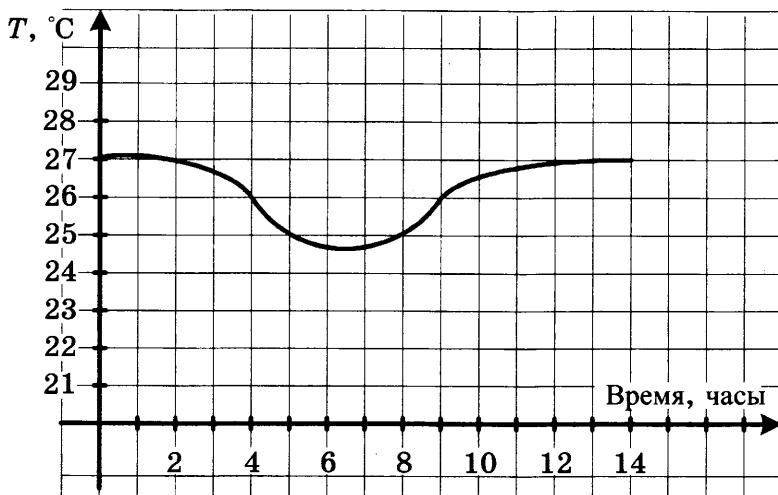
2.12 ■

12. На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут давление было меньше 4 атмосфер.



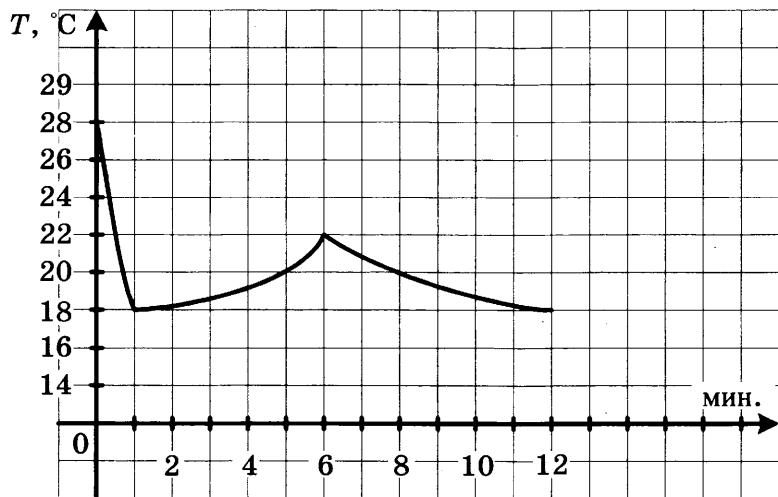
13. На рисунке показан график изменения температуры воздуха. Сколько часов температура была ниже 26 градусов?

■ 2.13



14. На графике показано изменение температуры в классе после включения кондиционера. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Когда температура достигает определенного значения, кондиционер автоматически выключается и температура начинает расти. По графику определите, сколько минут работал кондиционер до первого выключения.

■ 2.14



15. На графике показано изменение температуры в классе после включения кондиционера. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Когда температура достигает определенного значения, кондиционер автоматически выключается и температура начинает расти. По гра-

■ 2.15

фику определите, сколько минут работал кондиционер до первого выключения.



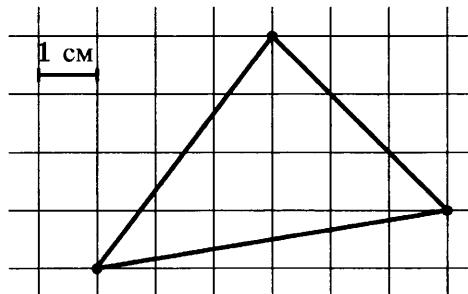
Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 3

Задание 3 проверяет умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

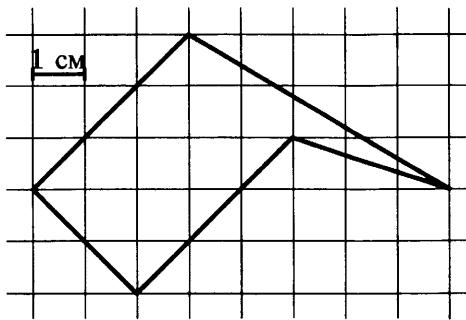
3.1 ■

- Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



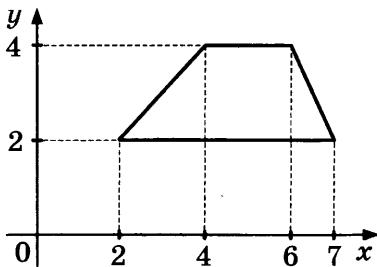
3.2 ■

- Найдите площадь пятиугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



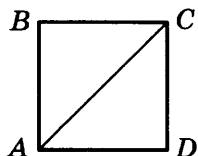
3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(2; 2), (7; 2), (6; 4), (4; 4)$.

■ 3.3



4. Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 8.

■ 3.4



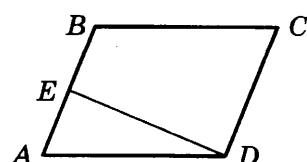
5. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 14 и 20, а угол между ними равен 150° .

■ 3.5



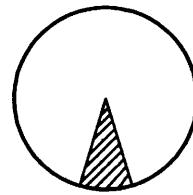
6. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 219, точка E — середина стороны AB . Найдите площадь трапеции $BCDE$.

■ 3.6



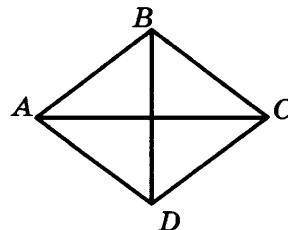
3.7 ■

7. Найдите площадь сектора круга радиуса $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$, центральный угол которого равен 36° .



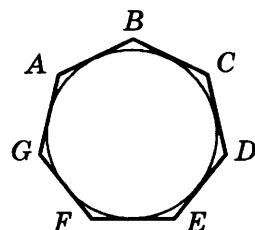
3.8 ■

8. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 8.



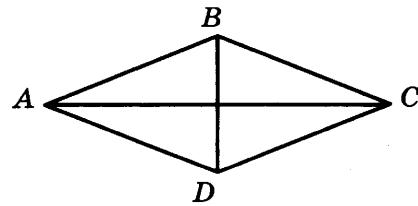
3.9 ■

9. Найдите площадь семиугольника, если его периметр равен 20, а радиус вписанной в этот семиугольник окружности равен 2.



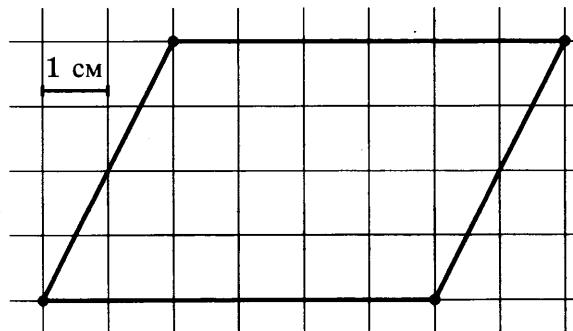
3.10 ■

10. В ромбе $ABCD$ $AC = 12$; $BD = 5$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD}$.

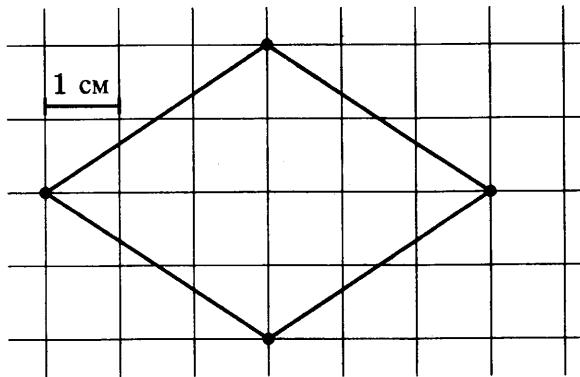


3.11 ■

11. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен параллелограмм (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

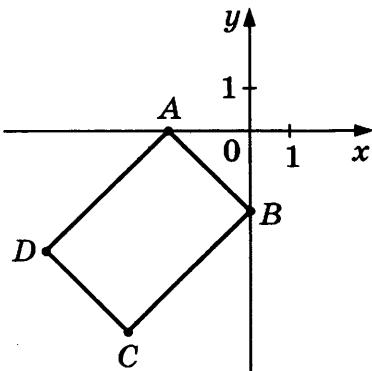


12. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен ромб (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



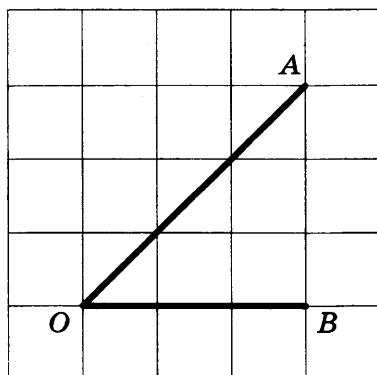
■ 3.12

13. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого заданы координатами в декартовой системе координат $A(-2; 0); B(0; -2); C(-3; -5); D(-5; -3)$.



■ 3.13

14. Найдите тангенс угла AOB .



■ 3.14

15. Найдите длину вектора \overline{AB} с началом $A(1; 2)$ и концом $B(4; 6)$.

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

■ 3.15

Задание 4

Задание 4 проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели

4.1 ■

4.2 ■

4.3 ■

4.4 ■

4.5 ■

4.6 ■

4.7 ■

4.8 ■

4.9 ■

4.10 ■

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет хотя бы 1 раз.
3. Завод выпускает холодильники. В среднем на 1000 качественных холодильников приходится 89 холодильников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный холодильник окажется качественным. Результат округлите до сотых.
4. В сборнике билетов по геометрии всего 64 билета, в 16 из них встречается вопрос по теме «Треугольники». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Треугольники».
5. Стрелок стреляет в мишень 3 раза. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок промахнется все 3 раза.
6. В городе N есть три фабрики, выпускающие автомобильные шины. Первая фабрика выпускает 30% этих шин, вторая — 45%, третья — 25%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных шин, вторая — 6%, третья — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине шина не окажется бракованной.
7. Вероятность того, что новый телевизор прослужит больше 5 лет, равна 0,92. Вероятность того, что он прослужит больше 10 лет, равна 0,39. Найдите вероятность того, что он прослужит больше 5 лет, но не больше 10.
8. Какова вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится нацело на 195? Ответ округлите до тысячных.
9. Игральный кубик бросают трижды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А = {сумма очков не более 6}?
10. В уличном фонаре три лампы. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,8. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

- 11.** Найдите вероятность того, что при рассадке случайным образом за круглым столом группы, состоящей из 7 мальчиков и 2 девочек, девочки не будут сидеть рядом.
- 12.** Доля брака при производстве часов составляет 0,4%. Найдите вероятность того, что только что купленные часы окажутся исправными.
- 13.** В случайному эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.
- 14.** В партии из 500 компьютеров оказалось 8 бракованных. Какова вероятность купить исправный компьютер?
- 15.** В случайному эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найти вероятность того, что орел выпадет два раза.

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 5

**Задание 5 проверяет умение
решать уравнения и неравенства**

1. Решите уравнение $\log_2(x-4)=3$.

2. Решите уравнение $\log_7(1-2x)=\log_7 13$.

3. Решите уравнение $3^{5x-1}=27$.

4. Решите уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^{1-2x}=64$.

5. Решите уравнение $17^{2x+3}=\left(\frac{1}{289}\right)^x$.

6. Решите уравнение $-2\frac{1}{4}x=-\frac{18}{5}$.

7. Решите уравнение $\sqrt{2x-3}=13$.

8. Решите уравнение $\frac{3-7x}{2}=12$.

■ 4.11

■ 4.12

■ 4.13

■ 4.14

■ 4.15

■ 5.1

■ 5.2

■ 5.3

■ 5.4

■ 5.5

■ 5.6

■ 5.7

■ 5.8

5.9 ■

9. Решите уравнение $\frac{1}{17x-14} = \frac{1}{16x+32}$.

5.10 ■

10. Решите уравнение $(2x-1)^2 = (1-x)^2$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

5.11 ■

11. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-2x} = 1$.

5.12 ■

12. Найдите корень уравнения $\log_{11}(3-x) = 2\log_{11}\sqrt{3}$.

5.13 ■

13. Решите уравнение $5^{\log_{25}(4x-7)} = 11$.

5.14 ■

14. Решите уравнение $\cos\frac{\pi(x-1)}{3} = 0,5$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

5.15 ■

15. Решите уравнение $\sqrt{x+2} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из них.

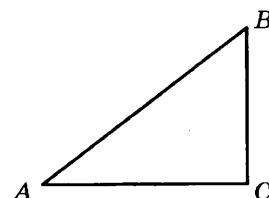
Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 6

*Задание 6 проверяет умение
выполнять действия с геометрическими
фигурами, координатами и векторами*

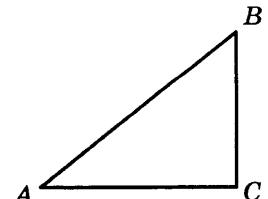
6.1 ■

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C $AB = \sqrt{74}$, $\sin A = \frac{5}{\sqrt{74}}$. Найдите AC .



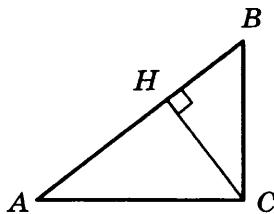
6.2 ■

2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C $\sin B = \frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите $7\cos B$.



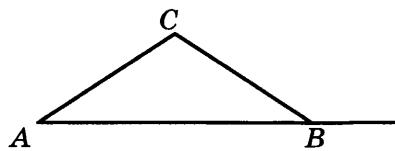
3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C CH — высота, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $AC = 4$. Найдите $2\sqrt{5} AH$.

■ 6.3



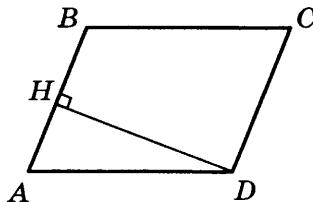
4. В треугольнике ABC $AC = BC = 10$, $AB = 16$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине B .

■ 6.4



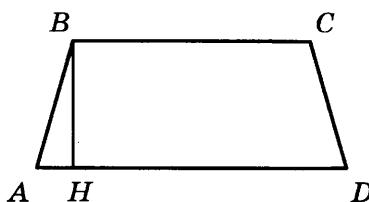
5. В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB , равна 12, $AD = 13$. Найдите $13 \sin B$.

■ 6.5



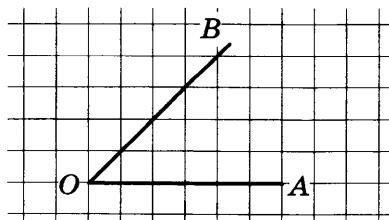
6. Основания равнобедренной трапеции равны 114 и 186. Высота трапеции равна 45. Найдите котангенс острого угла трапеции.

■ 6.6



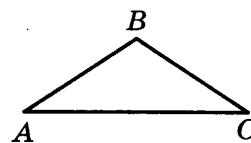
7. Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $17\sqrt{2}$.

■ 6.7

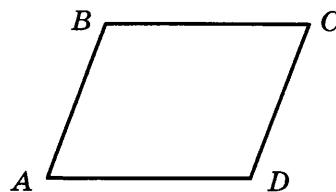


6.8 ■

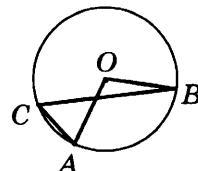
8. Один из углов равнобедренного треугольника равен 176° . Найдите один из двух других его углов. Ответ дайте в градусах.

**6.9 ■**

9. Найдите меньший угол параллелограмма, если два его угла относятся как $13 : 23$. Ответ дайте в градусах.

**6.10 ■**

10. Центральный угол на 62° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

**6.11 ■**

11. В треугольнике ABC угол B равен 90° , $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $AB = 3$. Найдите AC .

6.12 ■

12. В треугольнике ABC угол A равен 90° , $\sin C = \frac{\sqrt{11}}{6}$, $AC = 5$. Найдите BC .

6.13 ■

13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{3}{\sqrt{34}}$. Найдите $\operatorname{ctg} A$.

6.14 ■

14. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = 0,56$. Найдите синус внешнего угла при вершине A .

6.15 ■

15. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной $4\sqrt{3}$.

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

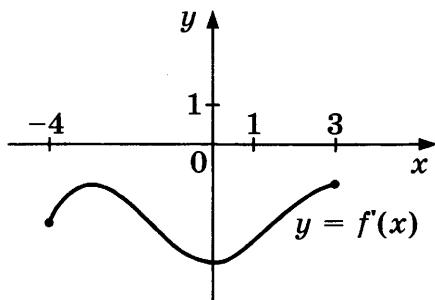
Задание 7

**Задание 7 проверяет умение
выполнять действия с функциями**

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 5t^2 - 13t + 37$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах (измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 5$ с.

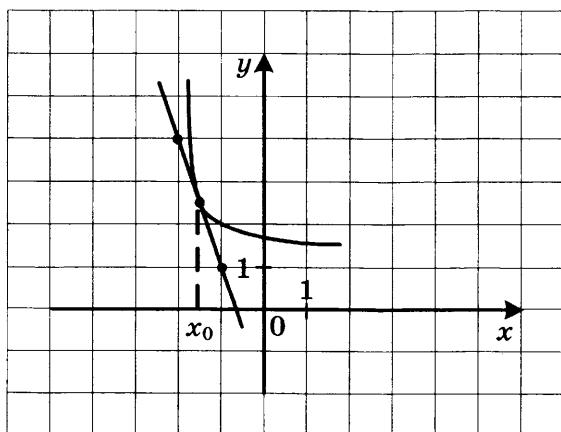
2. Прямая $y = 2x + 1$ является касательной к графику функции $x^2 - 2x - c$. Найдите c .

3. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-4; 3]$. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$. В какой точке отрезка функция принимает наименьшее значение?



4. Прямая $y = 2x - 1$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - x - 2$. Найдите абсциссу точки касания.

5. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите $f'(x_0)$.



■ 7.1

■ 7.2

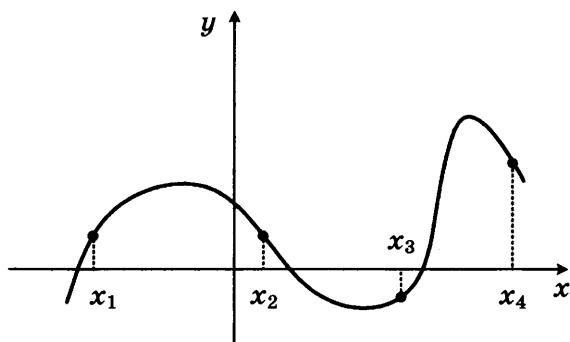
■ 7.3

■ 7.4

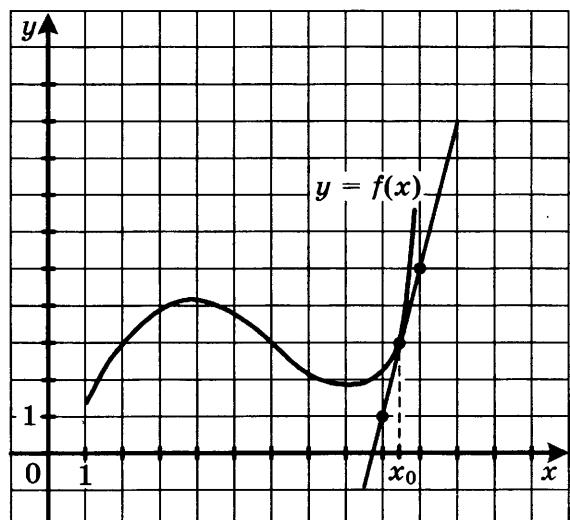
■ 7.5

7.6 ■

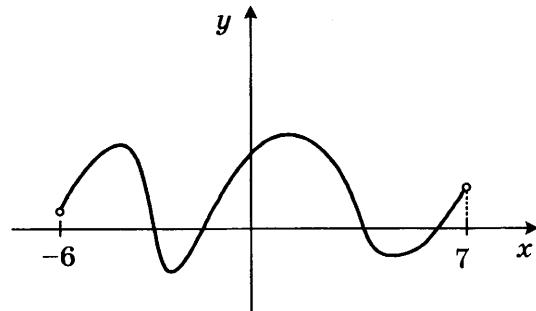
6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3 и x_4 те, в которых производная функции $y = f(x)$ положительна. В ответ запишите количество найденных точек.

**7.7 ■**

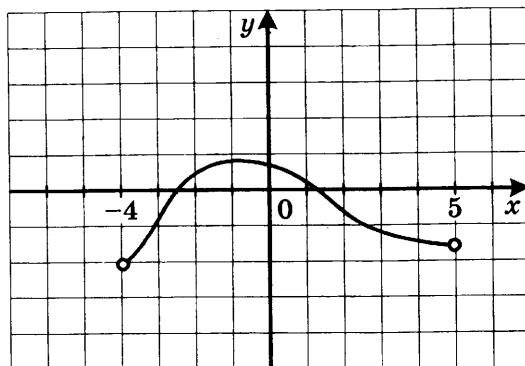
7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .

**7.8 ■**

8. На рисунке изображен график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 7)$. Пользуясь рисунком, определите количество нулей функции $f(x)$ на данном интервале.



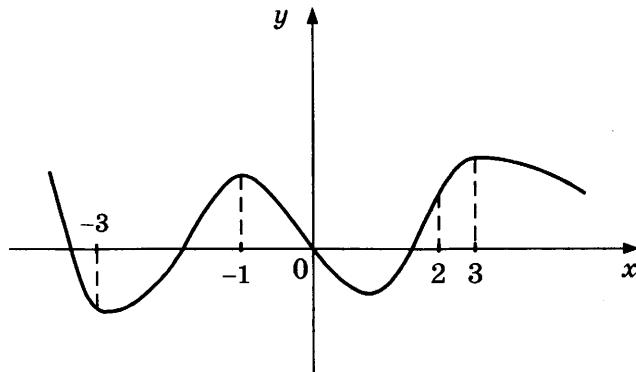
9. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на промежутке $(-4; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$.



■ 7.9

■ 7.10

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-3, -1, 2, 3$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

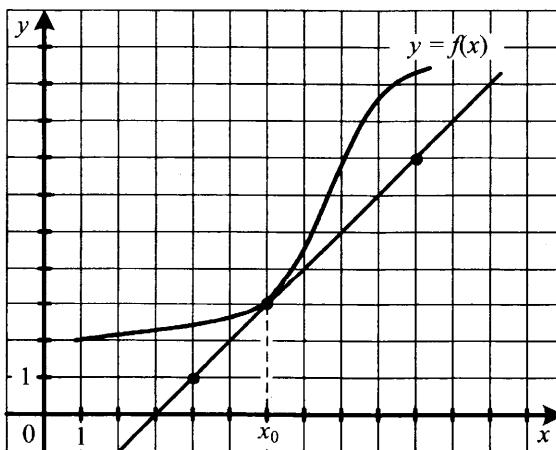


11. Прямая $y = 1 - x$ параллельна касательной к графику функции $y = 2x^2 - 3x - 4$. Найдите абсциссу точки касания.

■ 7.11

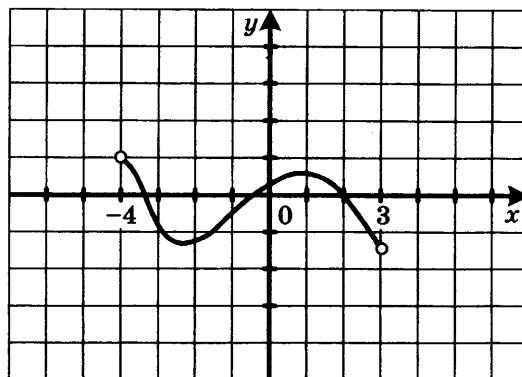
12. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .

■ 7.12



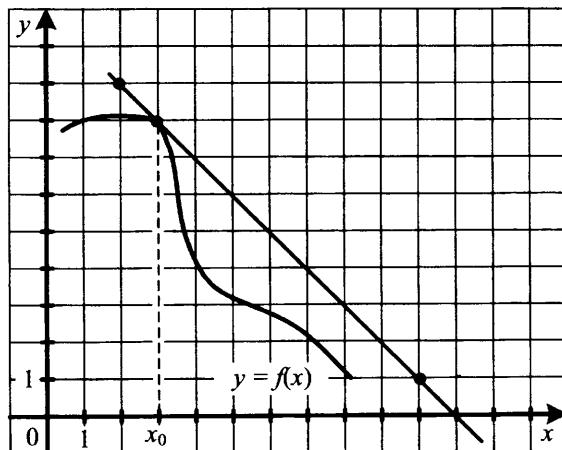
7.13 ■

13. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на промежутке $(-4; 3)$. Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$.



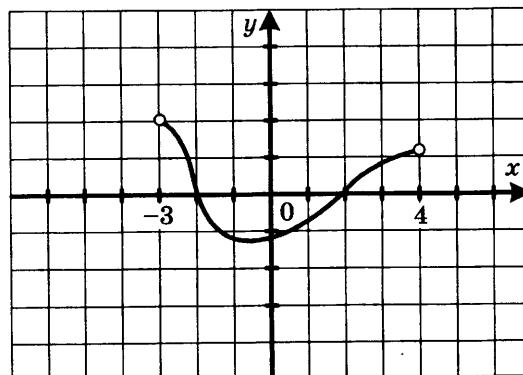
7.14 ■

14. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



7.15 ■

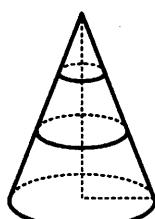
15. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на промежутке $(-3; 4)$. Найдите точку максимума функции $y = f(x)$.



Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 8

**Задание 8 проверяет умение
выполнять действия с геометрическими фигурами,
координатами и векторами**

1. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 108. Чему будет равен объем параллелепипеда, если каждое его ребро уменьшить в три раза?
2. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 0,6.
3. Площадь поверхности куба равна 242. Найдите его диагональ.
4. Уровень жидкости в цилиндрическом сосуде достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в см.
5. Во сколько раз увеличится объем шара, если его диаметр увеличить в 5 раз?
6. В конусе проведено два сечения плоскостями, параллельными плоскости основания конуса. Точками пересечения данных плоскостей с высотой конуса она делится на 3 равных отрезка. Найдите объем средней части конуса, если объем нижней части равен 38.

7. Во сколько раз уменьшится площадь поверхности правильной треугольной пирамиды, если все ее ребра уменьшить в 6 раз?
8. Объем прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равен 16 см^3 . У второго прямоугольного параллелепипеда, в основании которого тоже лежит квадрат, высота в четыре раза меньше, а ребро основания в два раза больше, чем у первого. Найдите объем второго прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах).
9. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 666. Найдите объем пирамиды D_1ACD .
10. В правильной треугольной призме $ABC A_1B_1C_1$ сторона основания равна $\sqrt{3}$, боковое ребро равно $2\sqrt{3}$. Найдите объем пирамиды $MABC$, если точка M — середина ребра AA_1 .
11. Во сколько раз увеличится диагональ куба, если его ребра увеличить в 10 раз?

■ 8.1

■ 8.2

■ 8.3

■ 8.4

■ 8.5

■ 8.6

■ 8.7

■ 8.8

■ 8.9

■ 8.10

■ 8.11

8.12 ■

- 12.** Высота конуса равна 12, а длина образующей — 15. Найдите диаметр основания конуса.

8.13 ■

- 13.** В куб вписан шар, площадь поверхности которого равна 4π . Найдите объем куба.

8.14 ■

- 14.** Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, если стороны ее основания равны 6, а объем равен $3\sqrt{3}$.

- 15.** Конус вписан в шар. Объем шара равен 14. Найдите объем конуса, если известно, что радиус основания конуса равен радиусу шара.

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

8.15 ■

Задания части 2

Задание 9

**Задание 9 проверяет умение
выполнять вычисления и преобразования**

9.1 ■

9.2 ■

9.3 ■

9.4 ■

9.5 ■

9.6 ■

9.7 ■

9.8 ■

- 1.** Найдите значение выражения $\log_2 76,8 - \log_2 2,4$.

- 2.** Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 6}}$.

- 3.** Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{25}$.

- 4.** Найдите значение выражения $2^{3-7\sqrt{2}} \cdot 8^{\frac{7\sqrt{2}}{3}}$.

- 5.** Найдите значение выражения $\frac{21\sin 113^\circ \cos 113^\circ}{\sin 226^\circ}$.

- 6.** Найдите значение выражения $3^{2+\log_9 16}$.

- 7.** Найдите значение выражения $\frac{\log_3 74}{\log_{27} 74}$.

- 8.** Найдите значение выражения $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} \cdot \operatorname{tg}\frac{\pi}{8} + 1$.

9. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}}\right)^{30}}{90}$.

■ 9.9

10. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 10a + 25}$ при $a \in [3; 4]$.

■ 9.10

11. Вычислите значение выражения $3^{\log_9 16} - 2$.

■ 9.11

12. Найдите значение выражения $\left(3,2 - \frac{2}{5}\right) : 280 - 1$.

■ 9.12

13. Найдите значение выражения $2^{\log_{17} 375 - \log_5 17 - \log_5 3}$.

■ 9.13

14. Найдите значение выражения $-4 \cos(-240^\circ) \sin 30^\circ$.

■ 9.14

15. Найдите значение выражения $\frac{x^{11} \cdot x^{-4}}{x^8}$ при $x = 0,4$.

■ 9.15

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 10

Задание 10 проверяет умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

1. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию некоторого предприятия от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит не менее 160 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
2. Камень брошен вниз с высоты 4 м. Высота h (в метрах), на которой находится камень во время падения, зависит от времени t (в секундах): $h(t) = 4 - 3t - t^2$. Сколько секунд камень будет падать?

■ 10.1

■ 10.2

10.3 ■

3. Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), от времени описывается формулой $h(t) = -t^2 + 6t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 8 метров.

10.4 ■

4. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 8$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10.5 ■

5. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 30$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 6$ м/с². За t секунд после начала торможения он проходит путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 48 метров. Ответ выразите в секундах.

10.6 ■

6. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в цепи в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое наименьшее сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

10.7 ■

7. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию некоторого предприятия от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 150 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит не менее 560 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

10.8 ■

8. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10.9 ■

9. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4$ м/с². За t секунд после начала торможения он проходит путь

$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 32 метра. Ответ выразите в секундах.

10. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$,

где U — напряжение в цепи в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 16А. Определите, какое наименьшее сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

■ 10.10

11. Камень брошен вниз с высоты 21 м. Высота h (в метрах), на которой находится камень во время падения, зависит от времени t (в секундах): $h(t) = 21 - 4t - t^2$. Сколько секунд камень будет падать?

■ 10.11

12. Камень брошен вниз с высоты 10 м. Высота h (в метрах), на которой находится камень во время падения, зависит от времени t (в секундах): $h(t) = 10 - 9t - t^2$. Сколько секунд камень будет падать?

■ 10.12

13. Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), от времени описывается формулой $h(t) = -t^2 + 3t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 2 метров.

■ 10.13

14. Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), от времени описывается формулой $h(t) = -t^2 + 9t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 18 метров.

■ 10.14

15. Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), от времени описывается формулой $h(t) = -t^2 + 11t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 30 метров.

■ 10.15

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 11

Задание 11 проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели

11.1 ■

11.2 ■

11.3 ■

11.4 ■

11.5 ■

11.6 ■

11.7 ■

11.8 ■

11.9 ■

11.10 ■

- Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист и одновременно из B в A выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в B через 2 часа после встречи, а автомобилист в A через 30 минут после встречи. Сколько часов был в пути мотоциклист?
- Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 120 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 300 м, за 15 с. Найдите длину поезда (в метрах).
- Заказ в 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй рабочий. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что он за час делает на 3 детали меньше?
- В сосуд, содержащий 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 2 литра воды. Какова концентрация получившегося раствора? Ответ дайте в процентах.
- Автомобиль двигался половину времени со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в км/ч.
- 3 килограмма яблок стоят столько же, сколько 4 килограмма бананов. На сколько процентов 10 килограммов бананов дешевле 10 килограммов яблок?
- Из двух поселков, расстояние между которыми равно 20 км, навстречу друг другу вышли два пешехода. Через сколько часов они встретятся, если их скорости равны 3,5 км/ч и 4,5 км/ч?
- Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 1 час меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч.
- Автомобиль ехал первую половину пути со скоростью 40 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час.
- Андрей при подготовке к ЕГЭ поставил себе задачу — решать каждый день на 5 задач больше, чем в предыдущий. За первый день он решил 7 задач, а за последний — 37 задач. Сколько задач он решил всего?

- 11.** Моторная лодка прошла против течения 48 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 8 часов меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч.

■ 11.11

- 12.** Из пункта *A* в пункт *B* выехал мотоциклист и одновременно из *B* в *A* выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в *B* через 3 часа после встречи, а автомобилист в *A* через 45 минут после встречи. Сколько часов был в пути мотоциклист?

■ 11.12

- 13.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 200 м, за 30 с. Найдите длину поезда (в метрах).

■ 11.13

- 14.** Заказ в 130 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй рабочий. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 3 детали больше?

■ 11.14

- 15.** Бригада рабочих должна изготовить 300 деталей. Изготавливая ежедневно на 10 деталей больше, чем предполагалось по плану, бригада выполнила задание на пять дней раньше срока. Сколько дней бригада затратила на выполнение задания?

■ 11.15

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 12

Задание 12 проверяет умение выполнять действия с функциями

- 1.** Найдите наименьшее значение функции $e^{4x} - 5e^{2x} + 11$ на отрезке $[0; 2]$.
- 2.** Найдите наибольшее значение функции $x^5 - 3x^3 + 4x$ на отрезке $[-3; -1]$.
- 3.** Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 11)e^{x-10}$ на отрезке $[9; 14]$.
- 4.** Найдите наибольшее значение функции $y = 27x - 13\sin x + 11$ на отрезке $[-4\pi; 0]$.
- 5.** Найдите наименьшее значение функции $y = 7x - 7\ln(x+5) + 3,8$ на отрезке $[-4, 9; 0]$.

■ 12.1

■ 12.2

■ 12.3

■ 12.4

■ 12.5

12.6 ■

6. Найдите точку максимума функции $y = (x+4)^2 e^{2-x}$.

12.7 ■

7. Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 6x + 194$.

12.8 ■

8. Найдите точку минимума функции $y = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - x + 11$.

12.9 ■

9. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 576}{x}$.

12.10 ■

10. Найдите наибольшее значение функции $\log_9(2 - x^2 + 2x) + 4$.

12.11 ■

11. Найдите точку максимума функции $y = 2t^3 - 15t^2 + 24t - 1$.

12.12 ■

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; 0\right]$.

12.13 ■

13. Найдите точку минимума функции $y = (x+5)e^{x-5}$.

12.14 ■

14. Найдите точку максимума функции $y = (2x+1)e^{1-x}$.

12.15 ■

15. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+3) - 2x + 43$.

Если вы успешно выполнили двенадцать из пятнадцати заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 13

**Задание 13 проверяет умение
решать уравнения и неравенства**

13.1 ■

1. а) Решите уравнение $2\log_2^2(2\sin x) - 7\log_2(2\sin x) + 3 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13.2 ■

2. а) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; 0]$.

3. а) Решите уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

■ 13.3

4. а) Решите уравнение $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$.

■ 13.4

5. а) Решите уравнение $\sin^2 x = 5\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 5\pi]$.

■ 13.5

6. а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - 1 - \operatorname{ctg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

■ 13.6

7. а) Решите уравнение $3^x + 2 \cdot 3^{-x-2} = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5,5;-1]$.

■ 13.7

8. а) Решите уравнение $7^{\sin 3x} \cdot 3^{2\sin 3x} = 63^{\cos 3x}$.

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

■ 13.8

9. а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

■ 13.9

10. а) Решите уравнение $\log_{2016}(\sin x + \sqrt{3} \cos x + 2016) = 1$.

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{4\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

■ 13.10

Если вы успешно выполнили семь из десяти заданий, то такой результат является удовлетворительным.

Задание 14

Задание 14 проверяет умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

14.1 ■



1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания равна 5.

- а) Постройте линейный угол двугранного угла между плоскостями ABD и CAD_1 .
б) Найдите тангенс этого угла.

14.2 ■



2. В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$

- а) Опустите перпендикуляр из точки D на плоскость CAD_1 .
б) Найдите его длину.

14.3 ■



3. В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние между прямыми AD и CA_1 .

4. В правильной треугольной призме $ABC A_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1

- а) Постройте угол между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .
б) Найдите косинус этого угла.

14.5 ■



5. В правильной треугольной призме $ABC A_1B_1C_1$, стороны основания которой равны 2, а боковые ребра 3, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

6. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABC A_1B_1C_1$ равна $2\sqrt{13}$, а диагональ боковой грани равна 13.

- а) Постройте линейный угол двугранного угла между плоскостью C_1AB и плоскостью основания призмы.
б) Найдите величину этого угла.

14.7 ■



7. Высота прямой призмы $ABC A_1B_1C_1$ равна 4. Основание призмы — треугольник ABC , в котором $AB = BC$, $AC = 6$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите тангенс угла между прямой A_1B и плоскостью ACC_1 .

8. В шаре проведено два сечения параллельными плоскостями, причем одно из них проходит через центр шара. Расстояние между плоскостями равно 3, а площадь меньшего сечения равна 16π . Найдите площадь поверхности шара.

9. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ со стороной основания 2 и боковым ребром 3 точка M делит ребро SD в отношении $1 : 2$ (считая от вершины S).

- а) Постройте угол между прямой BM и плоскостью AEC .
б) Найдите величину этого угла.

- 10.** В правильной шестиугольной призме $AB\dots E_1F_1$ со стороной основания 4 и боковым ребром 2
- Опустите перпендикуляр из точки C на прямую E_1F_1 .
 - Найдите его длину.

Если вы успешно выполнили семь из десяти заданий, то такой результат является удовлетворительным.

■ 14.10

Задание 15

Задание 15 проверяет умение решать уравнения и неравенства

1. Решите неравенство: $\frac{9^x - 5 \cdot 3^x + 3}{3^x - 4} + \frac{3^{x+\log_3 5} - 27}{3^x - 6} \leq 3^x + 4$.

■ 15.1

2. Решите неравенство: $\frac{1 - \log_2(2x^2 - 9x + 9)}{\log_3(x+8)} \geq 0$.

■ 15.2

3. Решите неравенство: $\frac{\log_x(x-3)}{\log_{x^2}(5-x)-1} \geq 0$.

■ 15.3

4. Решите неравенство: $\frac{3^{x^2-1} + 3^{x^2-2} + 3^{x^2-3}}{x} \leq 1 \frac{12}{27} (\sqrt{x})^{-2}$.

■ 15.4

5. Решите неравенство: $\sqrt{4-x^2}(4+5x+x^2) \geq 0$.

■ 15.5

6. Решите неравенство: $\log_2(x-3)^2 + \log_{0,5}(x^2-9) < 1$.

■ 15.6

7. Решите неравенство: $\sqrt{25-x^2} \log_{x+5} 2 \leq 0$.

■ 15.7

8. Решите неравенство: $\log_3(x-1)^{36} + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x-1}\right)^{-24} < 12$.

■ 15.8

9. Решите неравенство: $\frac{x^2 - 1,5x - 1}{\log_{\sqrt{2}}|x|} < 0$.

■ 15.9

10. Решите неравенство: $\log_2^2(x^2 - 24) > 0$.

■ 15.10

Задание 16

Задание 16 проверяет умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

16.1 ■

- В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 2; AC = 6$ вписан квадрат $ADEF$.
 - Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.
 - Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

16.2 ■

- Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 18 и 12, считая от основания треугольника ABC .
 - Докажите, что треугольники MBN и ABC подобны.
 - Найдите отношение площадей треугольника MBN и трапеции $AMNC$.

16.3 ■

- Вневписанная в треугольник ABC окружность касается его боковой стороны и продолжения основания AC .
 - Докажите, что радиус этой окружности равен высоте BH треугольника ABC .
 - Найдите площадь ΔABC , если радиус окружности равен 4, а $AC \cdot AB = 30$.

16.4 ■

- В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 3; AC = 5$ вписан квадрат $ADEF$.
 - Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.
 - Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

16.5 ■

- Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 10 и 7, считая от основания треугольника ABC .
 - Докажите, что треугольники MBN и ABC подобны.
 - Найдите отношение площадей треугольника MBN и трапеции $AMNC$.

16.6 ■

- Вневписанная в треугольник ABC окружность касается его боковой стороны и продолжения основания AC .
 - Докажите, что радиус этой окружности равен высоте BH треугольника ABC .
 - Найдите площадь ΔABC , если радиус окружности равен 8, а $AC \cdot AB = 120$.

- 7.** Две окружности касаются внешним образом в точке L . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BL пересекает первую окружность в точке D , прямая AL пересекает вторую окружность в точке C .
- Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
 - Найдите площадь треугольника ALB , если известно, что радиусы окружностей равны 8 и 2.
- 8.** В треугольник ABC вписана окружность радиуса r , касающаяся стороны AC в точке D , причем $AD = r$.
- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 - Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках M и N . Найдите площадь треугольника BMN , если известно, что $r = 1$ и $CD = 3$.
- 9.** Две окружности касаются внешним образом в точке L . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BL пересекает первую окружность в точке D , прямая AL пересекает вторую окружность в точке C .
- Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
 - Найдите площадь треугольника ALB , если известно, что радиусы окружностей равны 1,25 и 5.
- 10.** В треугольник ABC вписана окружность радиуса r , касающаяся стороны AC в точке D , причем $AD = r$.
- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 - Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках M и N . Найдите площадь четырехугольника $AMNC$, если известно, что $r = 2$ и $CD = 6$.

■ 16.7**■ 16.8****■ 16.9****■ 16.10**

Задание 17

Задание 17 проверяет умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

- 1.** 15 декабря 2015 года Андрей взял в банке 108 500 рублей в кредит под 17% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 15 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Андрей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Андрей выплатил долг целиком двумя равными платежами?
- 2.** 12 ноября 2015 года Дмитрий взял в банке 1 803 050 рублей в кредит под 19% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 12 ноября каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг целиком тремя равными платежами?

■ 17.1**■ 17.2**

17.3 ■

3. 17 декабря 2015 года Анна взяла в банке 232 050 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 17 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Анна переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Анна выплатила долг целиком четырьмя равными платежами?

17.4 ■

4. 1 февраля 2016 года Андрей Петрович взял в банке 1,6 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга, затем Андрей Петрович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Андрей Петрович должен взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты не превышали 350 тыс. рублей?

17.5 ■

5. Иван хочет взять в кредит 1 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка 10% годовых. На какое минимальное количество лет Иван может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты не превышали 250 тысяч рублей?

17.6 ■

6. 18 декабря 2015 года Андрей взял в банке 85 400 рублей в кредит под 13,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 18 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Андрей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Андрей выплатил долг целиком двумя равными платежами?

17.7 ■

7. Лев взял кредит в банке на срок 40 месяцев. По договору Лев должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $p\%$ этой суммы, затем следует платеж Льва. Ежемесячные платежи подбираются таким образом, чтобы долг уменьшался равномерно. Известно, что наибольший платеж Льва был в 25 раз меньше первоначальной суммы долга. Найдите p .

17.8 ■

8. На первый курс на специальность «Оборудование и машины» поступило 46 человек: 34 мальчика и 12 девочек. Их распределяют по двум группам численностью 22 и 24 человека, причем в каждой группе должна учиться по крайней мере одна девочка. Каким должно быть распределение по группам, чтобы сумма чисел, равных процентам девочек в первой и второй группах, была наибольшей?

17.9 ■

9. В мае 2017 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере S млн рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый декабрь каждого года долг возрастает на 10%;
 - с января по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в мае 2018, 2019 и 2020 годов долг остается равным S млн рублей;
 - выплаты в 2021, 2022 и 2023 годах равны между собой;
 - к маю 2023 года долг будет выплачен полностью.

Найдите наименьшее целое S , при котором общая сумма выплат не превысит 13 млн рублей.

10. По вкладу «Классика» банк в конце каждого года планирует начислять 12% годовых, а по вкладу «Бонус» — увеличивать сумму вклада на 7% в первый год и на одинаковое целое число n процентов в последующие годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за 4 года хранения вклад «Бонус» окажется выгоднее вклада «Классика» при равных суммах первоначальных взносов.

■ 17.10

Задание 18

Задание 18 проверяет умение решать уравнения и неравенства

- Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{-15 - 8x - x^2} = 4a + 1$ имеет единственный корень.
- Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = 2ax - 2$ имеет на промежутке $(0; +\infty)$ единственный корень.
- Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств

$$\begin{cases} x + y + 2 \geq 0 \\ x^2 + 4x + y^2 + 4y \leq a^2 - 8 \end{cases}$$
 имеет бесконечное множество решений.
- При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \log_a(2x + y + 1) = -x - 4y - 6 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?
- При каких положительных значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} a^{2x-y-4} = x - 4y + 1 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения?
- Найдите наибольшее целое значение параметра k , при котором решение неравенства $\left| |31x - 147| + 157 \right| - 167 + 177 - 187 \leq 93k^4$ удовлетворяет условию $x \in [-190; 200]$.
- Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 + x^2} = x^2 - a$ имеет ровно два различных корня.
- Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \left(\sqrt[3]{x} \cdot x^{5 \log_x a} + (\sqrt[3]{a})^{3x+1} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{a})^{16} - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a} \right)^{\frac{1}{4}}$ содержит ровно два целых числа.

■ 18.1

■ 18.2

■ 18.3

■ 18.4

■ 18.5

■ 18.6

■ 18.7

■ 18.8

18.9 ■

9. Найдите все значения параметра a , при которых областью определения функции $y = \frac{1}{2^{2x} - 2^x - a}$ является вся числовая прямая.

18.10 ■

10. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \log_2(\log_2(a-x)) \cdot \log_2 x$ содержит ровно пять целых чисел.

19.1 ■

1. Сколько решений (т.е. различных пар $(x; y)$) в натуральных числах имеет уравнение $\log_4 5^{xy} = 3 \log_{64} 5^{2013}$?

19.2 ■

2. Докажите, что уравнение $x^2 + 2 = 5y$ не имеет решений в целых числах.

19.3 ■

3. Решите уравнение $4^{xy} = 2^{2014}$ в целых числах.

19.4 ■

4. Найдите наименьшее натуральное число n , при котором число $2014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2013 \cdot 2014$ не делится на n^{n^2} .

19.5 ■

5. Решите уравнение $x^2 + 3 = 7y$ в целых числах.

19.6 ■

6. Решите уравнение $mn^2 + 46 = 11m$ в натуральных числах.

19.7 ■

7. Докажите, что уравнение $3x^2 + 3 = 7y$ не имеет решений в целых числах.

19.8 ■

8. Найдите наименьшее натуральное n , при котором число $2014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2013 \cdot 2014$ не делится на n^{n^5} .

19.9 ■

9. Решите уравнение $x^2 + 2 = 3y$ в целых числах.

19.10 ■

10. Решите уравнение $3^m + 4^n = 73$ в натуральных числах.

Задание 19

Задание 19 проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели

КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

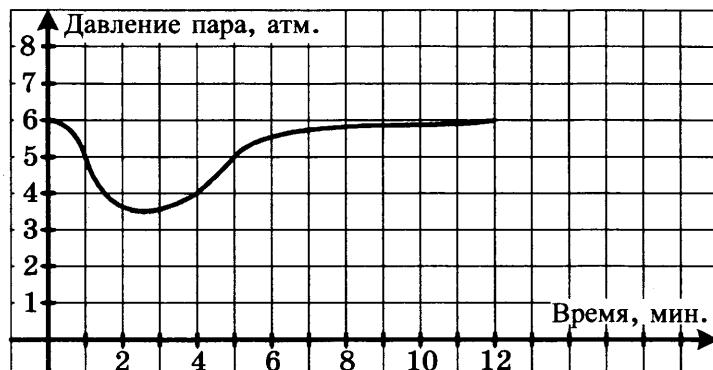
Желааем успеха!

ВАРИАНТ 1

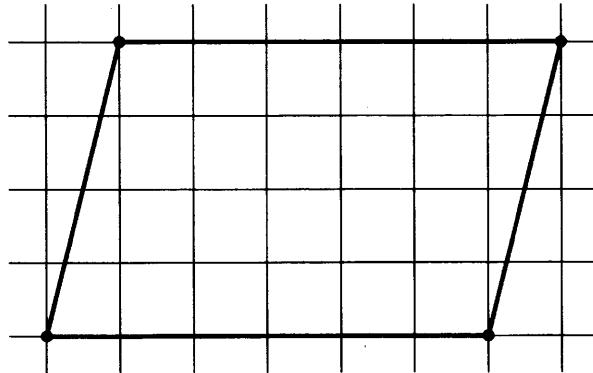
Часть 1

Ответом на задания 1–12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Билет на поезд стоит 200 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 1000 рублей после повышения цены билета на 20%?
2. На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут давление было меньше 5 атмосфер.



3. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен параллелограмм (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

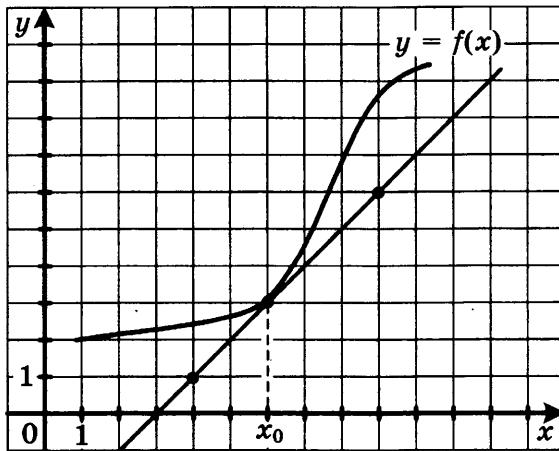


4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет четное количество раз.

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{2x+1} = 1$.

6. В треугольнике BCD угол C равен 90° , $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $BC = 3$. Найдите BD .

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



8. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 32. Чему будет равна площадь поверхности параллелепипеда, если каждое его ребро уменьшить в два раза?

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_3 112,5 - \log_3 12,5$.

10. Камень брошен вниз с высоты 18 м. Высота h , на которой находится камень во время падения, зависит от времени t : $h(t) = 18 - 3t - t^2$. Сколько секунд камень будет падать?

 10

11. Автомобиль ехал первую половину пути со скоростью 60 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 - 4$ на отрезке $[-3; 2]$.

 12

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

13

13. а) Решите уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = -2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -\pi]$.

14

14. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{3}$, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите объем пирамиды.

15

15. Решите неравенство: $\frac{(4x+7)^2}{x-3} \geq \frac{56x+49+16x^2}{21-10x+x^2}$.

16

16. Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AC и углом при основании, равным 75° , описана окружность с центром O . Площадь треугольника BOC равна 16. Найдите радиус окружности.

17

17. 12 августа планируется взять кредит в банке на 4 месяца в размере 3 млн. рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на p процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где p — **натуральное** число;
 - со 2-го по 11-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 12-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	12.08	12.09	12.10	12.11	12.12
Долг (в млн рублей)	3	2,2	1,7	1	0

Найдите наибольшее значение p , при котором общая сумма выплат не превысит 3,8 млн рублей.

18

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{9^x - a} = 3^x - 2a$ не имеет корней.

19

19. На доске написаны числа 1; 2; 3; ..., 33.

За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 36 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стертых на предыдущих ходах.

а) Приведите пример пяти последовательных ходов.

б) Можно ли сделать 11 ходов?

в) Какое наибольшее число последовательных ходов можно сделать?

■ Единый государственный экзамен

■ **Бланк
ответов № 1**



Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А б в г д е х з и й к л м н о р с т у ф ч ц щ ъ ѿ Ѣ я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
А В С Д Е Ф Г Н И Й К Л М Н О Р С Т У Ф Ч Ц Щ ъ Ѣ ѽ Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Регион

Код предмета

Название предмета

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Совпадение номеров вариантов в задании
и бланке регистрации подтверждают
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Номер варианта

ВНИМАНИЕ!

Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

Результаты выполнения заданий с ответом в краткой форме

1	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	21	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
2	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	22	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
3	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	23	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
4	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	24	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
5	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	25	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
<hr/>			
6	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	26	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
7	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	27	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
8	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	28	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
9	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	29	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
10	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	30	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
<hr/>			
11	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	31	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
12	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	32	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
13	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	33	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
14	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	34	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
15	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	35	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
<hr/>			
16	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	36	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
17	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	37	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
18	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	38	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
19	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	39	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
20	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □	40	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
<hr/>			

□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
□ - □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

■ Единый государственный экзамен

■ **Бланк
ответов № 2**



Регион

Код
предмета

Название предмета

Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ!

Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

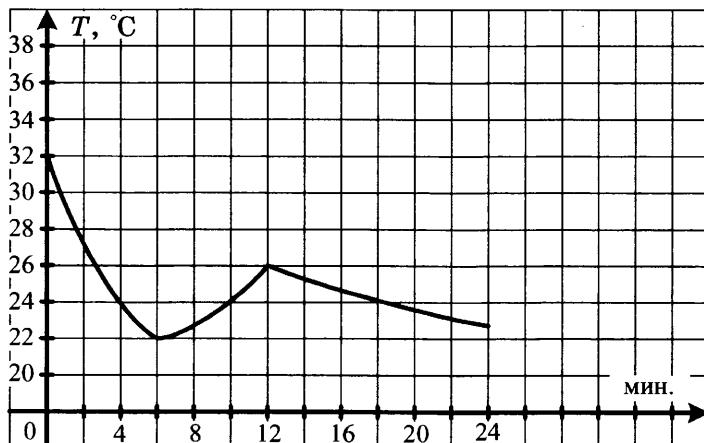
■ При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответом на задания 1–12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Тетрадь стоит 6 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 200 рублей при условии, что при покупке более чем двадцати тетрадей покупатель получает скидку 10% на стоимость всей покупки?
2. На графике показано изменение температуры в классе после включения кондиционера. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Когда температура достигает определенного значения, кондиционер автоматически выключается и температура начинает расти. По графику определите, сколько минут работал кондиционер до первого выключения.



3. Найдите длину вектора \overline{AB} , если $A(1; 0)$, $B(17; 2\sqrt{17})$.
4. В урне лежит 3 белых, 2 желтых и 5 красных шаров. Найдите вероятность того, что извлеченный наугад шар будет желтого цвета.
5. Найдите корень уравнения $\frac{1}{5x-3} = 2$.

1

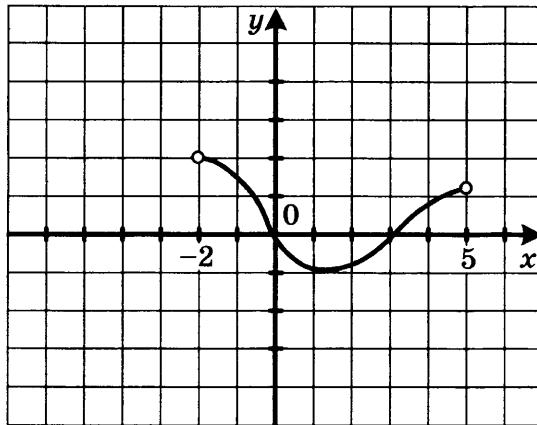
2

3

4

5

- 6.** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = 0,88$. Найдите синус внешнего угла при вершине B .
- 7.** На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на промежутке $(-2; 5)$. Найдите точку максимума функции $y = f(x)$.



- 8.** Объем прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равен 48 см^3 . У второго прямоугольного параллелепипеда, в основании которого тоже лежит квадрат, высота в три раза меньше, а ребро основания в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах).

Часть 2

- 9.** Вычислите значение выражения $4^{\log_{16} 9} + 2$.
- 10.** Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), описывается формулой $h(t) = -t^2 + 8t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 15 метров.
- 11.** Бригада рабочих должна изготовить 360 деталей. Изготавливая ежедневно на 2 детали больше, чем предполагалось по плану, бригада выполнила задание на два дня раньше срока. Сколько дней бригада затратила на выполнение задания?
- 12.** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 6x^2 + 2$ на отрезке $[-4; 4]$.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $3^{4\sin x} + 4 \cdot 3^{2\sin x} - 21 = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
14. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABC A_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{7}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.
15. Решите неравенство: $\log_{\frac{3}{x}} \frac{9}{24-2x} \leq 2$.
16. В треугольнике $ABC \angle B = 30^\circ$. Около треугольника описана окружность радиусом 12. Хорда BK проходит через середину M стороны AC , $MK = 2$. Найдите BM .
17. Иван хочет взять в кредит 1 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка 20% годовых. На какое минимальное количество лет Иван может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты не превышали 300 тысяч рублей?
18. Найдите наибольшее целое значение параметра k , при котором решение неравенства $\left| |29x-1|+121 \right| - 17 + 8 \left| -222 \leq 58k^2 \right.$ удовлетворяет условию $x \in [-102; 117]$.
19. Решите уравнение в целых числах $m^2 + n^2 = 5$.

■ Единый государственный экзамен

■ **Бланк
ответов № 1**



Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОРСТУФЧЧШЫЫЯ 1234567890
АВСДЕFGНІІКЛМНОРСІСТУМХУА,

Регион

Код предмета

Название предмета

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Соединение номеров вариантов в задании
и бланке регистрации подтверждают
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Номер варианта

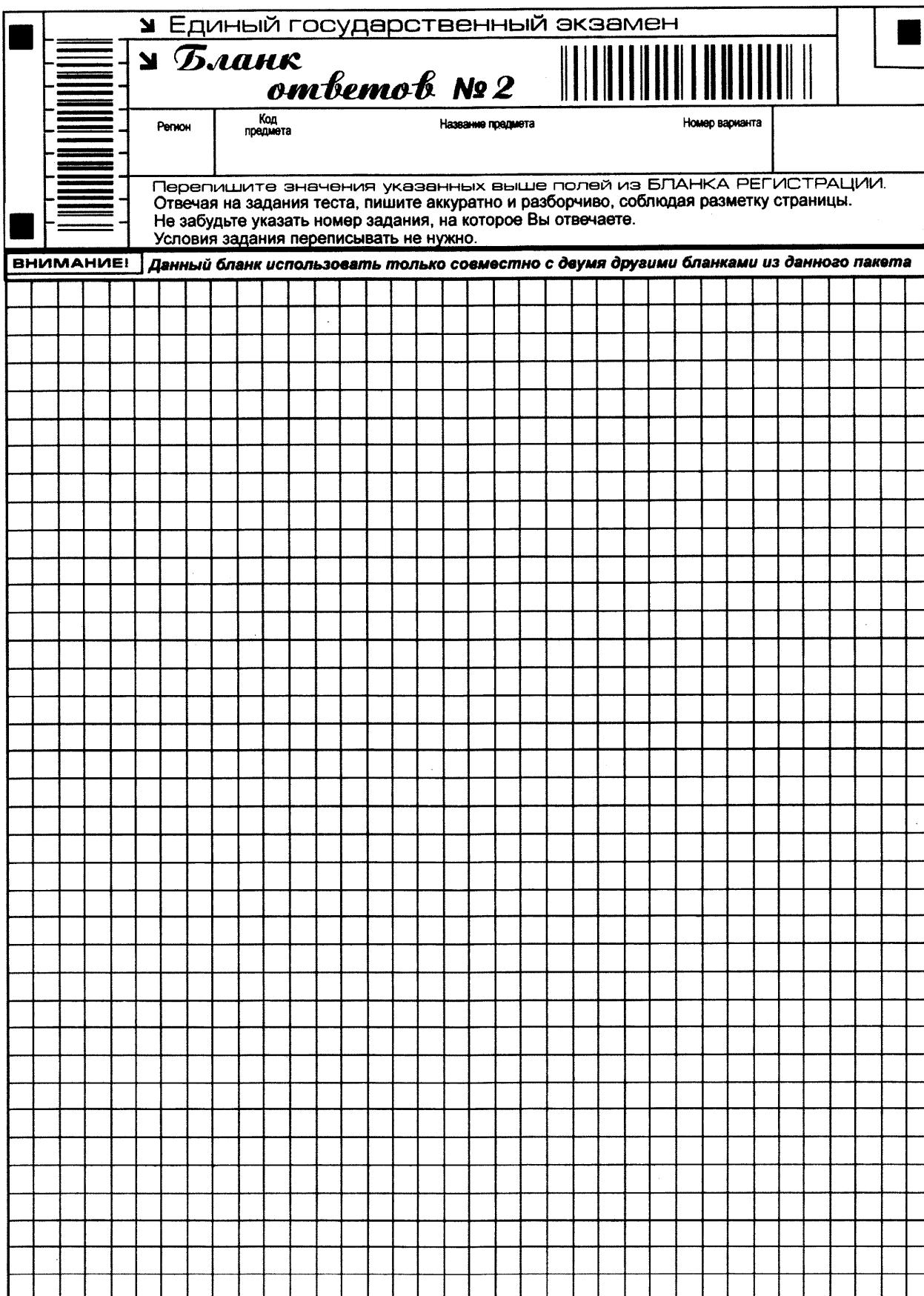
внимание! **Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета**

Результаты выполнения заданий с ответом в краткой форме

1	□□□□□□□□□□□□□□□□	21	□□□□□□□□□□□□□□□□
2	□□□□□□□□□□□□□□□□	22	□□□□□□□□□□□□□□□□
3	□□□□□□□□□□□□□□□□	23	□□□□□□□□□□□□□□□□
4	□□□□□□□□□□□□□□□□	24	□□□□□□□□□□□□□□□□
5	□□□□□□□□□□□□□□□□	25	□□□□□□□□□□□□□□□□
<hr/>			
6	□□□□□□□□□□□□□□□□	26	□□□□□□□□□□□□□□□□
7	□□□□□□□□□□□□□□□□	27	□□□□□□□□□□□□□□□□
8	□□□□□□□□□□□□□□□□	28	□□□□□□□□□□□□□□□□
9	□□□□□□□□□□□□□□□□	29	□□□□□□□□□□□□□□□□
10	□□□□□□□□□□□□□□□□	30	□□□□□□□□□□□□□□□□
<hr/>			
11	□□□□□□□□□□□□□□□□	31	□□□□□□□□□□□□□□□□
12	□□□□□□□□□□□□□□□□	32	□□□□□□□□□□□□□□□□
13	□□□□□□□□□□□□□□□□	33	□□□□□□□□□□□□□□□□
14	□□□□□□□□□□□□□□□□	34	□□□□□□□□□□□□□□□□
15	□□□□□□□□□□□□□□□□	35	□□□□□□□□□□□□□□□□
<hr/>			
16	□□□□□□□□□□□□□□□□	36	□□□□□□□□□□□□□□□□
17	□□□□□□□□□□□□□□□□	37	□□□□□□□□□□□□□□□□
18	□□□□□□□□□□□□□□□□	38	□□□□□□□□□□□□□□□□
19	□□□□□□□□□□□□□□□□	39	□□□□□□□□□□□□□□□□
20	□□□□□□□□□□□□□□□□	40	□□□□□□□□□□□□□□□□
<hr/>			

□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□

□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□
□□-□□□□□□□□□□□□□□□□



При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

Ответы к тренировочным заданиям

№ здан.	Задания 1–12											
	Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10	Зад.11	Зад.12
1	11	4	10,5	0,08	12	7	37	4	5	8	3	4,75
2	20	10	14	0,9375	-6	3	-5	0,2	3	1	200	-2
3	2200	6	7	0,92	0,8	8	3	11	1,8	2	12	-1
4	45920	12	4	0,75	2	-0,75	1,5	45	8	62,5	8	11
5	7659	9	140	0,001	-0,75	12	-3	125	10,5	2	90	-24,2
6	6	3,5	164,25	0,9615	1,6	0,8	2	14	36	27,5	25	-2
7	88	4	0,9	0,53	86	17	4	36	3	8	2,5	1
8	12,5	3	56	0,006	-3	2	4	16	2	75	10	1
9	75	7	20	20	46	65	2	111	0,1	2	48	24
10	5	4	6,5	0,488	0	62	-3	0,75	3	13,75	154	4,5
11	200	6	24	0,75	0,5	9	0,5	10	2	3	8	1
12	10	6	12	0,996	0	6	1	18	-0,99	1	4,5	1
13	25	5	12	0,05	32	0,6	3	8	8	1	550	-6
14	8	1	1	0,984	-4	0,56	-1	1	1	3	13	0,5
15	34	7	5	0,375	-1	2	-2	3,5	2,5	1	10	-2,5

№ задан.	Задания 13–15		
	Задание 13	Задание 14	Задание 15
1	a) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}$	$\sqrt{2}$	$(-\infty; 1] \cup (\log_3 4; \log_3 6)$
2	a) $\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi; -\frac{\pi}{3}; 0$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$(-8; -7) \cup [1; 1,5) \cup (3; 3,5]$
3	a) $\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$(3; 4]$
4	a) $\frac{\pi}{4} + \pi n; \operatorname{arctg} 2 + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \operatorname{arctg} 2; \operatorname{arctg} 2 + \pi$	$\frac{\sqrt{10}}{4}$	$(0; 1]$
5	a) $\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $0; \pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi; 5\pi$	$\sqrt{3}$	$\{-2\} \cup [-1; 2]$
6	a) $\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}$	60°	$(-\infty; -9) \cup (3; +\infty)$
7	a) $-1; \log_3 2 - 1$ б) -1	$0,3$	$(-5; -4) \cup \{5\}$
8	a) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}$	100π	$(-2; 1) \cup (1; 4)$
9	a) $\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; 0$	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{65}}{13}$	$(-1; -0,5) \cup (1; 2)$
10	a) $-\frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$	$2\sqrt{13}$	$(-\infty; -5) \cup (-5; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; 5) \cup (5; +\infty)$

№ задан.	Задания 16–19			
	Задание 16	Задание 17	Задание 18	Задание 19
1	б) 1,5	68445	$a \in \left[-\frac{1}{7}; -\frac{1}{9}\right] \cup \{0\}$	8
2	б) $\frac{4}{21}$	842579,5	$a \in \left(0; \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$	
3	б) 12	73205	$a \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$	(1; 1007); (19; 53); (53; 19); (1007; 1); (-1; -1007); (-19; -53); (-53; -19); (-1007; -1)
4	б) $\frac{5}{6}$	5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$	13
5	б) $\frac{49}{240}$	6	$a \in \left(1; e^{\frac{1}{e}}\right)$	$\left(7k+2; 7k^2+4k+1\right);$ $\left(7k+5; 7k^2+10k+4\right), k \in \mathbb{Z}$
6	б) 48	51529	$k = 2$	(23; 3)
7	б) 12,4	1,5	$a \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$	
8	б) 1,6	В одной группе — 11 девочек и 11 мальчиков; в дру- гой — одна девочка и 23 мальчика	$a \in (1,5; 2] \cup [3; 3,5)$	4
9	б) 5	8	$a \in (-\infty; -0,25)$	$\left(3k+1; 3k^2+2k+1\right);$ $\left(3k+2; 3k^2+4k+2\right), k \in \mathbb{Z}$
10	б) 17,6	14	$a \in (6; 7]$	(2; 3)

Ответы к контрольным тестовым заданиям

Часть 1

№ варианта	Задания 1–12											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4	4	24	0,5	0	4	1	8	2	3	72	28
2	37	6	18	0,2	0,7	0,88	0	4	5	2	18	2

Часть 2

№ варианта	Задания 13–17				
	13	14	15	16	17
1	a) $-\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\left\{-\frac{7}{4}\right\} \cup (3; 7) \cup [8; +\infty)$	8	10
2	a) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{11\pi}{6}$	45°	$(0; 3) \cup [4; 12)$	18	7

№ варианта	Задания 18–19	
	18	19
1	$a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$	а) Например: (1; 2; 20); (3; 4; 19); (5; 6; 18); (7; 8; 17); (9; 10; 16) б) нет в) 6
2	$k = 7$	(1; 2), (1; -2), (-1; 2), (-1; -2), (2; 1), (2; -1), (-2; 1), (-2; -1)

Учебное издание

**Лаппо Лев Дмитриевич
Попов Максим Александрович**

**ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ
ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.ПЩ01.Н00199 от 19.05.2016 г.

Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *Т. И. Шитикова, О. Ю. Казанаева*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*
Компьютерная верстка *О. И. Голубинская*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546, Тверская область, Промышленна
зона Боровлево-1, комплекс №3А, www.pareto-print.ru

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).**