**"Особенности изучения учебного курса "Вероятность и статистика"**

**в 7-9 и 10-11 классах**

**в условиях обновленного ФГОС"**

# Место учебных курсов учебного предмета «Вероятность и статистика» в учебном плане

|  |  |
| --- | --- |
|  | **классы/количество часов в неделю** |
| **7 класс** | **8 класс** | **9 класс** | **10 класс** | **11 класс** |
| **Базовый уровень** | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч |
| *Линии содержания курсов* | * Представление данных и описательная статистика
* Вероятность
* Элементы комбинаторики
* Введение в теорию графов
* Множества
 | * Случайные события и вероятности
* Случайные величины и закон больших чисел
 |
| **Углубленный уровень** | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч.  | 1 ч.  |
| *Линии содержания курсов* | * Представление данных и описательная статистика
* Вероятность
* Элементы комбинаторики
* Введение в теорию графов
* Множества
* Логика
 | * Случайные события и вероятности
* Случайные величины и закон больших чисел
 |

# Содержание учебного курса «Вероятность и статистика»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **7 класс** |  | **8 класс** |  | **9 класс** |
| * Представление данных в класс виде таблиц, диаграмм, графиков
* Описательная статистика
* Случайный эксперимент (опыт), случайные события
* Графы
 |  | * Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков
* Множество, элемент множества, подмножество
* Измерение рассеивания данных
* Элементарные события случайного опыта
* Дерево
* Противоположные события
* Независимые события
 |  | * Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных
* **Комбинаторика**
* Геометрическая вероятность
* Вероятности событий и серия испытаний Бернулли
* Математическое ожидание и дисперсия случайной величины
* Понятие о законе больших чисел
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **10 класс** |  | **11 класс** |
| * Представление данных и описательная статистика
* Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами
* Операции над событиями, сложение вероятностей
* Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий
* Элементы комбинаторики
* Серии последовательных испытаний
* Случайные величины и распределения
 |  | * Математическое ожидание случайной величины
* Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины
* Закон больших чисел
* Непрерывные случайные величины (распределения)
* Нормальное распределения
 |

# Содержание и планируемые результаты «Вероятность и статистика» 7-9 классы

|  |  |
| --- | --- |
|  **базовый уровень** | **углубленный уровень** |
| ***Представление данных*** |
| ***Содержание обучения*****7 класс (7 ч)**Представление данных в таблицах.Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных. *Практическая работа «Таблицы».*Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм. *Практическая работа «Диаграммы»****Планируемые результаты обучения*** **7 класс**Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.**8 класс**Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков**9 класс**Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков | **7 класс (4 ч)*****Планируемые результаты обучения*** **7 класс**Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках. |
| Обратить внимание на виды деятельности обучающихся:**Изучать методы** работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ |
| ***Описательная статистика***  |
| ***Содержание обучения*****7 класс** **(8 ч)**Числовые наборы. Среднее арифметическое.Медиана числового набора. Устойчивость медианы.*Практическая работа «Средние значения».*Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах | **7 класс** **(8 ч)****+** Квартили, Среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных |
| **8 класс (8 ч)**Отклонения. Дисперсия числового набора. Стандартное отклонение числового набора.Диаграммы рассеивания | **8 класс (5 ч)****+** Свойства дисперсии и стандартного отклонения.Диаграммы рассеивания двух на­блюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания. |
| ***Планируемые результаты обучения*** **7 класс**Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.**8 класс**Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).**9 класс**Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания | ***Планируемые результаты обучения*****7 класс**Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили**8 класс**Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами. |
| ***Введение в теорию графов*** |
| ***Содержание обучения*****7 класс (4 ч)**Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах | **7 класс (4 ч)** |
| **8 класс (4 ч)**Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения | **8 класс (3 ч)****+** Понятие о плоских графах. |
| ***Планируемые результаты обучения*** **8 класс**Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая | ***Планируемые результаты обучения*****7 класс**Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.**8 класс**Иметь представление о дереве, о вершинах и рёбрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов. |
| Обратить внимание на виды деятельности обучающихся:**Осваивать способы** представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах**Решать задачи** на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения |
| ***Вероятность*** |
|  |  |
| ***Содержание обучения*****7 класс (10 ч)***Случайная изменчивость***(6 ч)**Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы.*Практическая работа «Случайная изменчивость»**Вероятность и частота случайного события* **(4 ч)**Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.*Практическая работа «Частота выпадения орла»***8 класс (14 ч)***Вероятность случайного события* **(6 ч)**Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор.*Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями»**Случайные события* **(8 ч)**Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Правило умноже­ния вероятностей. Условная вероятность. Независимые события. Представление случайного эксперимента в виде дерева**9 класс (16 ч)***Геометрическая вероятность* **(4 ч)**Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности*Испытания Бернулли* **(6 ч)**Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. *Практическая работа «Испытания Бернулли»**Случайная величина* **(6 ч)**Случайная величина и распределение вероятностей.Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины.Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел | **7 класс (10 ч)***Случайная изменчивость***(5 ч)***Вероятность и частота случайного события* **(5 ч)****8 класс (12 ч)***Вероятность случайного события* **(4 ч)***Операции над случайными событиями. Сложение вероятностей* **(3 ч)***Условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события* **(5 ч)****9 класс (21 ч)***Геометрическая вероятность* **(3 ч)***Испытания Бернулли* **(6 ч)****+**Случайный выбор из конечного множества*Случайная величина* **(3 ч)****+**Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения)*Числовые характеристики случайных величин* **(6 ч)****+**Физический смысл математического ожидания.Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений*Закон больших чисел* **(3 ч)**Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.Математические основания измере­ния вероятностей.Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях |
| ***Планируемые результаты обучения*** **7 класс**Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.**8 класс**Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями.**9 класс**Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе | ***Планируемые результаты обучения*** **7 класс**Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, ан­тропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных.**8 класс**Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе.Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.**9 класс**Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.Иметь представление о случайных величинах и опознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.yНаходить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.y Иметь представление о законе случайных чисел как о про­явлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона боль­ших чисел в природе и обществе |
| Обратить внимание на виды деятельности обучающихся:**Проводить и изучать опыты** с равновозможными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы**Решать задачи,** *в том числе текстовые задачи* на определение вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей |
| ***Элементы комбинаторики***  |
| ***Содержание обучения*****9 класс (4 ч)**Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. *Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»****Планируемые результаты обучения***Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов. | **9 класс (6 ч)****+**Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона.***Планируемые результаты обучения***Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий. |
| ***Множества*** |
| ***Содержание обучения*****8 класс (4 ч)**Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.Графическое представление множеств***Планируемые результаты обучения*** **8 класс**Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов | **8 класс (4 ч)****+**Формула включения-исключения***Планируемые результаты обучения*** **8 класс**Оперировать понятиями множества, подмножества; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение; перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения. |
| Обратить внимание на виды деятельности обучающихся:**Использовать** графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов |
| ***Логика***  |
|  | ***Содержание обучения*****7 класс (3 ч)**Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и признаки.Противоположные утверждения, доказательства от противного**8 класс (2 ч)**Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре***Планируемые результаты*****7 класс**Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного |

# Содержание и планируемые результаты «Вероятность и статистика» 10-11 классы

|  |  |
| --- | --- |
| **базовый уровень** | **углубленный уровень** |
| ***Случайные события и вероятности*** |
| ***Содержание обучения****Представление данных и описательная статистика* **(4 ч)*** Представление данных с помощью таблиц и диаграмм.
* Среднее арифметическое, медиана, наи­большее и наименьшее значения, размах,
* дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов

*Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами* **(3 ч)*** Случайные эксперименты (опыты) и случайные события.
* Элементарные события (исходы).
* Вероятность случайного события.
* Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.
* Практическая работа

*Операции над событиями, сложение вероятностей* **(3 ч)*** Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события.
* Диаграммы Эйлера.
* Формула сложения вероятностей

*Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула**полной вероятности и независимость событий* **(6 ч)*** Условная вероятность.
* Умножение вероятностей.
* Дерево случайного эксперимента.
* Формула полной вероятности.
* Независимые события

*Серии последовательных испытаний* **(3 ч)*** Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача.
* Независимые испытания.
* Серия независимых испытаний до первого успеха.
* Серия независимых испытаний Бернулли.
* Практическая работа с использованием электронных таблиц

*Элементы комбинаторики* **(4 ч)*** Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний.
* Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона
 |  |
| ***Случайные величины и закон больших чисел*** |
| ***Содержание обучения*****10 класс** *Случайные величины и распределения* **(6 ч)*** Случайная величина.
* Распределение вероятностей.
* Диаграмма распределения.
* Сумма и произведение случайных величин.
* Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное
 |  |
| **11 класс** *Математическое ожидание случайной величины* **(4 ч)*** Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея).
* Математическое ожидание суммы случайных величин.
* Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений

*Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины* **(4 ч)*** Дисперсия и стандартное отклонение.
* Дисперсии геометрического и биномиального распределения.
* Практическая работа с использованием электронных таблиц

*Закон больших чисел* **(3 ч)*** Закон больших чисел.
* Выборочный метод исследований.
* Практическая работа с использованием электронных таблиц

*Непрерывные случайные величины (распределения)* **(2 ч)*** Примеры непрерывных случайных величин.
* Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства

*Нормальное распределения* **(2 ч)*** Задачи, приводящие к нормальному распределению.
* Функция плотности и свойства нормального распределения.
* Практическая работа с использованием электронных таблиц
 |  |

# Сопоставление содержания курса «Вероятность и статистика» 7-9 и 10-11 классы

# Базовый уровень

|  |  |
| --- | --- |
| **7-9 классы** | **10-11 классы** |
| *Представление данных и описательная статистика* **(23 ч)****7 класс (15 ч)*** Представление данных в таблицах.
* Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных.
* *Практическая работа «Таблицы».*
* Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм.
* Чтение и построение диаграмм.
* Примеры демографических диаграмм.
* *Практическая работа «Диаграммы»*
* Числовые наборы.
* Среднее арифметическое.
* Медиана числового набора. Устойчивость медианы.
* *Практическая работа «Средние значения».*
* Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах

**8 класс (8 ч)*** Отклонения.
* Дисперсия числового набора.
* Стандартное отклонение числового набора.
* Диаграммы рассеивания
 | *Представление данных и описательная статистика* **(4 ч)****10 класс (4 ч)*** Представление данных с помощью таблиц и диаграмм.
* Среднее арифметическое, медиана, наи­большее и наименьшее значения, размах,
* дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов
 |
| *Введение в теорию графов* **(8 ч)** **7 класс (4 ч)*** Граф, вершина, ребро.
* Представление задачи с помощью графа.
* Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин.
* Цепь и цикл. Путь в графе.
* Представление о связности графа.
* Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах

**8 класс (4 ч)*** Дерево.
* Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер.
* Правило умножения
 | *Введение в теорию графов* **(0 ч)**  |
| *Вероятность* **7 класс (10 ч)*** Случайная изменчивость (примеры).
* Частота значений в массиве данных. Группировка.
* Гистограммы.
* *Практическая работа «Случайная изменчивость»*
* Случайный опыт и случайное событие.
* Вероятность и частота события.
* Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.
* Монета и игральная кость в теории вероятностей.
* *Практическая работа «Частота выпадения орла»*

**8 класс (14 ч)*** Элементарные события.
* Случайные события.
* Благоприятствующие элементарные события.
* Вероятности событий.
* Опыты с равновозможными элементарными событиями.
* Случайный выбор.
* *Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями»*
* Противоположное событие.
* Диаграмма Эйлера.
* Объединение и пересечение событий.
* Несовместные события.
* Формула сложения вероятностей. Правило умноже­ния вероятностей.
* Условная вероятность.
* Независимые события.
* Представление случайного эксперимента в виде дерева

**9 класс (16 ч)*** *Геометрическая вероятность* **(4 ч)**
* Геометрическая вероятность.
* Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности
* *Испытания Бернулли* **(6 ч)**
* Испытание. Успех и неудача.
* Серия испытаний до первого успеха.
* Испытания Бернулли.
* Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.
* *Практическая работа «Испытания Бернулли»*
* *Случайная величина* **(6 ч)**
* Случайная величина и распределение вероятностей.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины.Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел | *Вероятность* *Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами* **(3 ч)*** Случайные эксперименты (опыты) и случайные события.
* Элементарные события (исходы).
* Вероятность случайного события.
* Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.
* Практическая работа

*Операции над событиями, сложение вероятностей* **(3 ч)*** Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события.
* Диаграммы Эйлера.
* Формула сложения вероятностей

*Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула**полной вероятности и независимость событий* **(6 ч)*** Условная вероятность.
* Умножение вероятностей.
* Дерево случайного эксперимента.
* Формула полной вероятности.
* Независимые события

*Серии последовательных испытаний* **(3 ч)*** Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача.
* Независимые испытания.
* Серия независимых испытаний до первого успеха.
* Серия независимых испытаний Бернулли.
* Практическая работа с использованием электронных таблиц
 |
| ***Элементы комбинаторики***  |
| ***Содержание обучения*****9 класс (4 ч)**Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. *Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»* |  |
| ***Множества*** |
| ***Содержание обучения*****8 класс (4 ч)**Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.Графическое представление множеств |  |